Anleitung

zur

schnellen und richtigen

Flächen-Inhalts-Berechnung

für

Forst- und Landvermesser.

Von

Joseph Ressel,

k. k. Districtsförster.

Wien, 1817.

Gedruckt und in Commission bey Carl Gerold.

Vorrede.

Daß das Berechnen des Flächeninhalts durch die Eintheilung der Figur in Dreyecke oder Trapezen, durch das Abstechen der Factoren, und endlich durch das Quesiren ermüdend wird, kann kein Praktiker, der sich damit beschäftigt, läugnen; zumahl, wenn es ihm um die Genauigkeit zu thun ist.

Verfährt man nach der bisher gewohnten Art, so differirt der Flächeninhalt bey jedesmahl wiederholter Abstechung und Berechnung von 1 bis 2 pr. Cto. Zuletzt ist man doch im Zweifel, welche Summe die nächste zur Wahrheit ist.

Es gelang mir, durch folgende Berechnungsweise die Geschäfte sowohl zu vereinfachen, als auch zu verkürzen, und die Wahrheit des Flächeninhalts zu erreichen.

Wenn ich in manchen Erklärungen dem gebildeten Mathematiker zu weit gegangen zu seyn scheine, so geschah es, um auch für Angehende in dieser Wissenschaft verständlich zu werden. Wenn ich aber im Gegentheile hie und da etwas versäumte, so wird es gewiß der generellen Übersicht nichts benommen haben.

Wien, im Jänner 1817.

Der Verfasser.

Erstes Kapitel.

Über die Eintheilung.

§. 1.

Die Eintheilung im Allgemeinen besteht darin: daß die zu berechnende Fläche in Trapezen eingetheilt wird, von welchen alle Seiten parallel laufen, und daß entweder die halbe oder die ganze Entfernung zweyer nächster paralleler Linien = 10 ist.

§. 2.

In der Folge wird die Linie, von welcher aus die ‖len Linien bestimmt werden, die Höhen- oder Absscissen-Linie genannt, diese selbst aber die Ordinaten heißen, weil es die Natur der Sache mit sich bringt, und der Begriff dieser Benennungen schon an sich zur Erklärung dient.

§. 3.

Die Absscisse wird entweder in der zu berechnenden Fläche oder außer derselben angenommen, je nachdem es der Zweck oder sonstige Umstände erlauben oder gebiethen.

§. 4.

Auf diese Linie trage man die Höhen auf, und zwar, wenn die Figur sehr krummlinigt begrenzt ist, von 10° zu 10°; im Gegentheile aber wähle man die Höhe von 20° zu 20° nach dem hiezu gehörigen Maßstabe. Um aber durch das Auftragen von 10° zu 10° oder 20° zu 20° einen unvermeidlichen Fehler nicht zu erzeugen, so übertrage man früher nach der Größe des Maßstabs auf die Abscissen-Linie 100° oder 200° . . . ., und theile dann erst diese Längen.

§ 5.

Zu der Abscisse AB in Fig. 1 und 2 verzeichne man eine ||le ohngefähr 1/4″ von AB, um viel sicherer das rechtwinklichte Dreyeck an die Punkte, in welchen die Ordinaten errichtet werden, anlegen zu können.

§. 6.

An diese neu verzeichnete Linie lege man ein schweres Linial, in Ermanglung dessen befestige man das leichtere, jedoch so, daß es ohne merklichen Widerstand nicht verrückt werden kann, denn sonst würden bey der kleinsten Verrückung Fehler auf Fehler gehäuft werden.

§. 7.

Die ersten und letzten Ordinaten werden so weit errichtet, daß sie die größten unter allen andern sind, die übrigen werden blos durch die Figur bis an das entgegengesetzte Ende der Grenze gezogen, und zwar von der Absciſſe angefangen, wie in Fig. 1 zu ersehen ist. Auf diese zwey größten Ordinaten werden von der Absciſſe an 50° — 100° . . . . aufgetragen, je nachdem der Maßstab groß oder klein ist, diese Punkte werden dann durch gerade Linien verbunden; daher sind alle Ordinaten in gleicher Entfernung von der Absciſſe, zu der ersten und letzten Ordinate durchschnitten. Wurde aber die Absciſſe nicht in der Figur angenommen, so fällt die Verbindung der benannten Punkte hinweg; es muß aber dafür dieses Maß auf jede Ordinate, welche nicht kürzer ist, aufgetragen werden, wie es in Fig. 2 Trapez 1, 2, 3, 4, 5 ... zu ersehen ist.

§. 8.

Da es nicht immer der Fall ist, daß die Ordinaten in die Scheitel der Pollizione treffen, oder daß sie bey krummlinigen Begrenzungen nicht immer solche Stücke abschneiden, welche für eine gerade Linie angesehen werden könnten, oder daß sie wohl gar ihrer Länge nach mit einer winklichten Linie eine Fläche einschließen, so bleibt nichts anderes übrig, als im ersten Falle durch Hülfe geometrischer Lehrsätze Verwandlungen vorzunehmen, daß die Figur mit denen nächsten Ordinaten, nur durch vier Linien begrenzt wird, in den beyden übrigen Fällen, wenn sich keine Verwandlung vornehmen läßt, wende man die Eintheilung mittelst Absscissen und Ordinaten, wie sie im Großen gelehrt worden ist, auch hier im Kleinen an; nur muß ein Absscissentheil oder die Höhe durchaus 10 seyn, die Nothwendigkeit des Gesagten wird gezeigt werden.

§. 9.

Um den Flächeninhalt von abcfea in Fig. 3 zu erfahren, verwandle man abca in adca. Man führe nähmlich zu ac eine ∥le durch b, bis die Ordinate in d durchschnitten wird, verbinde a mit d, so ist abca = adca, daher abcfea = adfea. Es sey nun die Höhe oder ein Absscissen-Theil = A, so ist abcfa = (ae + df) $\frac{A}{2}$ oder $\left(\frac{ae + df}{2}\right)$ A.

§. 10.

Um aber den Flächeninhalt von habcfgih in Fig. 4 und von abca zu erfahren, verwandle man abca in adea. Die Verwandlung geschieht, indem man nähmlich cb bis d verlängert, zu ad eine ∥le durch b führt, und die Ordinate hf in e durchschneidet, somit wird abca = adea gemacht, und demnach ist habcfgih $= (ha + ef + ig) \frac{A}{2}$ und abca $= ae. \frac{A}{2}$ oder habcfgih $= (hf + ig - ae) \frac{A}{2}$. Weil A = A ist, so muß auch hf + ig — ae = ha + ef + ig und somit ist die Controlle erreicht. Die Beweise über die Richtigkeit der Verwandlungen in Fig. 3 und 4, sind in allen Lehrbüchern der reinen Geometrie enthalten, und wären daher auf diesem Platze überflüssig.

§. 11.

In Fig. 5 wird Fig. 3 und 4 vereint, daher ist vermög §. 9. acba = ebae, und vermög §. 10 ist acda = afga, folglich auch $(kh + li) \frac{A}{2} - \left((ka + le) \frac{A}{2} + ag \frac{A}{2}\right) = (hg + ie) \frac{A}{2}$ oder = hdcbih.

§. 12.

Wenn eine krumme Begrenzungslinie ihre zwey nächsten Ordinaten durchschneidet, und nicht verwandelt werden kann, wie in Fig. 6, so führe man zur Abscisse eine ||le ab, welche daher auch senkrecht auf die Ordinaten steht, und errichte in den Punkten e d c Ordinaten bis e′ d′ c′, und berechne den Flächeninhalt von a a′ e′ d′ c′ b′ b wie gewöhnlich. Da aber die Entfernung von a bis b = 10° oder auch = 20° ist, und bey geometrischen Aufnahmen der Forste oder Felder zwischen 10° sehr selten solche krumme Linien fallen die mehr als einen Winkel bilden, so ist es erlaubt, Verkürzungen nach dem Augenmaße vorzunehmen, wie es Fig. 7 zeigt. Mit einem sehr großen Maßstab werden nur Kleinigkeiten aufgenommen, und bey diesen kann man schon die Zeit verschwenden. Überdieß geht ja dem Ganzen nichts verloren, denn das + us oder — us erscheint in dem anliegenden speciellen Theil verkehrt nähmlich als — us oder + us.

§. 13.

Oft fügt es sich, daß eine krumme Linie mit einer Ordinate eine Fläche einschließt, wie z. B. in Fig. 8 acgka, oder wenn eine krumme Linie für sich zwischen zwey Ordinaten eine Figur bildet, wie es in Fig. 9 der Fall ist, so trage man in beyden Fällen im ersten auf ak, im zweyten auf sq 10° zu 10° auf, und errichte in diesen Punkten Ordinaten, die bis zur krummen Linie, wie in Fig. 8, oder blos durch die Figur selbst, wie in Fig. 9.

§. 14.

Ist in Fig. 8 as = sr = rq = . . . mk = 10, und sind asb und mkh Dreyecke, so addire man alle Ordinaten zusammen, und multiplizire die Summe mit 10, denn $\frac{as}{2}\,sb + \frac{as}{2}\,(sb + rc) + \frac{as}{2}\,(rc + qd) + \frac{as}{2}\,(qd + pe) + \ldots \ldots\ldots \frac{as}{2}\,(ng + mh) + \frac{as}{2}\,mh =$ der Flächeninhalt von $a \,..\, c \,..\, g \,..\, k : a = \frac{as}{2}\,(sb + sb + rc + rc + qd + qd + pe + \ldots\ldots ng + mh + mh) = \frac{as}{2}\,(2\,sb + 2\,rc + 2\,qd + \ldots\ldots\ldots 2\,mh = as\,(sb + rc + qd \ldots\ldots + mh)$.

§. 15.

Wäre aber as nicht = sr ..... = mk, oder finge die zu berechnende Figur gleich mit sb, wie in Fig. 8, oder mit pa in Fig. 9 an, oder wäre wohl gar die Figur mit denen zwey Senkrechten oder Ordinaten sb und mh begrenzt, so addire man, um den Flächeninhalt zu erfahren, die halbe Summe dieser Ordinaten zur Summe aller übrigen, und multiplizire die Totalsumme mit der Höhe, die = 10 seyn muß, sind dann an sb und noch an mh Dreyecke, oder andere Figuren, die nicht zur Höhe 10° haben, so berechne man diese eigens, und addire sie zu dem erst erhaltenen Produkte hinzu: so wird es in Fig. 8 z. B heißen $\frac{as}{2} . sb$ $+ sr \left(\frac{sb}{2} + rc + qd + pe + \ldots \frac{mh}{2}\right)$ denn der Flächeninhalt von ab ... d ... hkm ... a $= \frac{as}{2} sb + \frac{sr}{2} (sb + rc) + \frac{sr}{2} (rc + qd) + \ldots + \frac{sr}{2} (ng + mh) + mk . \frac{mh}{2}$, indem sr $=$ rq $= \ldots =$ nm, aber nicht $=$ as und mk ist. Ferner kann man sagen $\frac{as}{2} sb + \frac{mh}{2} mk + \frac{sr}{2} (sb + rc) + \frac{sr}{2} (rc + qd) + \ldots + \frac{sr}{2} (ng + mh)$ $= \frac{sr}{2} (sb + rc + rc \ldots + qd + qd \ldots + ng + ng + mh) + \frac{as}{2} . sb + \frac{mh}{2} .$ $mk = \frac{sr}{2} (sb + 2 rc + 2 qd + \ldots + 2 ng + mh)$ $+ \frac{as}{2} sb + \frac{mh}{2} mh = \left(2 \frac{sb}{2} + 2 rc + 2 qd + \ldots + 2 ng + 2 \frac{mh}{2}\right) + \frac{as}{2} . sb + \frac{mh}{2} . mk$

$= sr\left(\frac{sb}{2} + rc + qd + \ldots\ldots + ng + \frac{mh}{2}\right) + \frac{as\,.\,sb + mh\,.\,mk\,.}{2}$ wäre aber mk $= sr$, so würde es heißen $\frac{as\,.\,sb}{2} + rs\left(\frac{sb}{2} + rc + qd + pe \ldots\ldots + mh\right)$. In Fig. 9 z. B. ist die Formel $\left(\frac{pa}{2} + cb + nc + md \ldots\ldots ig\right)$ mit der Höhe. Diese Formeln können auch, zur Controlle, bey der Berechnung der ganzen Figur angewendet werden, welcher Totalinhalt = seyn muß der Summe der Flächeninhalte aller Trapezen.

§. 16.

Da sich in Fig. 10 nicht leicht außer mit gdcg eine Verwandlung vornehmen läßt, so muß man schon die Theile berechnen; ihre Summe muß aber = seyn $(fg + eh)\,\frac{A}{2}$ (A = der Höhe.)

Zweytes Kapitel.

Von der eigentlichen Berechnung des Flächeninhaltes.

§. 17.

Da sich die Höhen = bleiben, so hat man nur einen Faktor, nähmlich die Ordinaten, abzustechen. Dabey ist auf folgende Art zu verfahren. Wenn die Summe der beyden Ordinaten nicht zu groß für die Eröffnung des Zirkels ist, so nehme man die eine Ordinate zuerst in Zirkel, setze ihn mit dieser Eröffnung an die andere Ordinate in ihre Verlängerung jedoch so, daß das frühere Maß nicht über das jetzt zu nehmende zu liegen kömmt, der entfernte Schenkel des Zirkels wird fest gestellt, und der, welcher in dem Anfangspunkte der Ordinate ist, wird bis an das Ende derselben bewegt, somit kann man in eine Eröffnung des Zirkels zwey Seiten, oder wie in Fig. 8 oder 9, die Summe aller Ordinaten erhalten, man erspart auf diese Art das Aufschreiben der einzelnen Theile. Eben so kann man die Summe aller oder doch einiger gleichnahmigen Theile in Zirkel bringen. Wenn aber die Länge zu beträchtlich wäre, so benütze man nach §. 7 den gelehrten Vortheil. Auf solche Art würde z. B. in Fig. 1 Nr. 4 blos ad + cb in Zirkel genommen, und die doppelte Entfernung von der Absscisse bis a hinzu addirt, weil aber diese Entfernung immer eine Zahl ist, welche sowohl für sich, als auch in Summa, leicht zu jeder andern Zahl addirt werden kann, so wird die Rechnung auf diese Art, selbst bey sehr großen Linien nicht erschwert. Auf alle Fälle ist es gut, noch einen Zirkel zur Hand zu haben, der auf 50° —, 100° . . . . 200°, gestellt und fest geschraubt ist, damit er diese Eröffnung um so sicherer beybehält. Bey großen Linien wird man schon diese Anwendung machen können.

§. 18.

Wurden die Höhen vermög §. 4. zu 10° aufgetragen, und sind daher die halben Summen der zwey || Seiten eines Trapezes zu nehmen, so muß die abgestochene Summe auf einem noch einmahl so großen Maßstabe, als die Aufnahme geschah, gezählt werden. Geschah z. B. die Vermessung nach dem 40sten Maßstabe, so müssen die Längen der Ordinaten nach dem 20sten abgestochen werden, obwohl die Absscissentheile nach dem Aufnahmsmaßstab aufgetragen worden sind.

§. 19.

Daß der eine Faktor = 10, und es immer bleibt, gewährt einen großen Vortheil; noch mehr aber, und zwar einen auffallenden, erhält man, wenn die Theile der Klaftern der abgestochenen Ordinaten decimalisch angegeben werden, entweder durch einen Decimal-Maßstab, oder durch Reducirung der Schuhe, auf 10,otel Klafter; es ist daher 1′ = 0,16 . 2′ = 0.33, 3′ = 0,5 , 4′ = 066 5′ = 0,83. Auf diese Weise erhält man nur immer $^1/_6{}^0$, durch einen Decimal-Maßstab aber $^1/_{10}{}^0$, welches schärfer als $^1/_6{}^0$ ist. Weder die Verfertigung eines Decimal-Maßstabes, noch das Behalten der Decimaltheile für die Schuhe, verursacht eine Schwierigkeit.

§. 20.

Daher, weil der eine Faktor 10, und der andere eine Zahl für sich, oder mit einem zehntheiligen Bruche ist, geschieht die Multiplication blos durch Anhängen einer Nulle, oder durch Weiterrückung des Zeichens um eine Stelle. Man habe z. B. die Summe zweyer Ordinaten = 231,66° gefunden, so ist das Product = 2316,60°; und somit schreibt man statt der Factoren gleich das Product ein.

§. 21.

Die zuletzt beygefügten Tabellen A B C sind zur

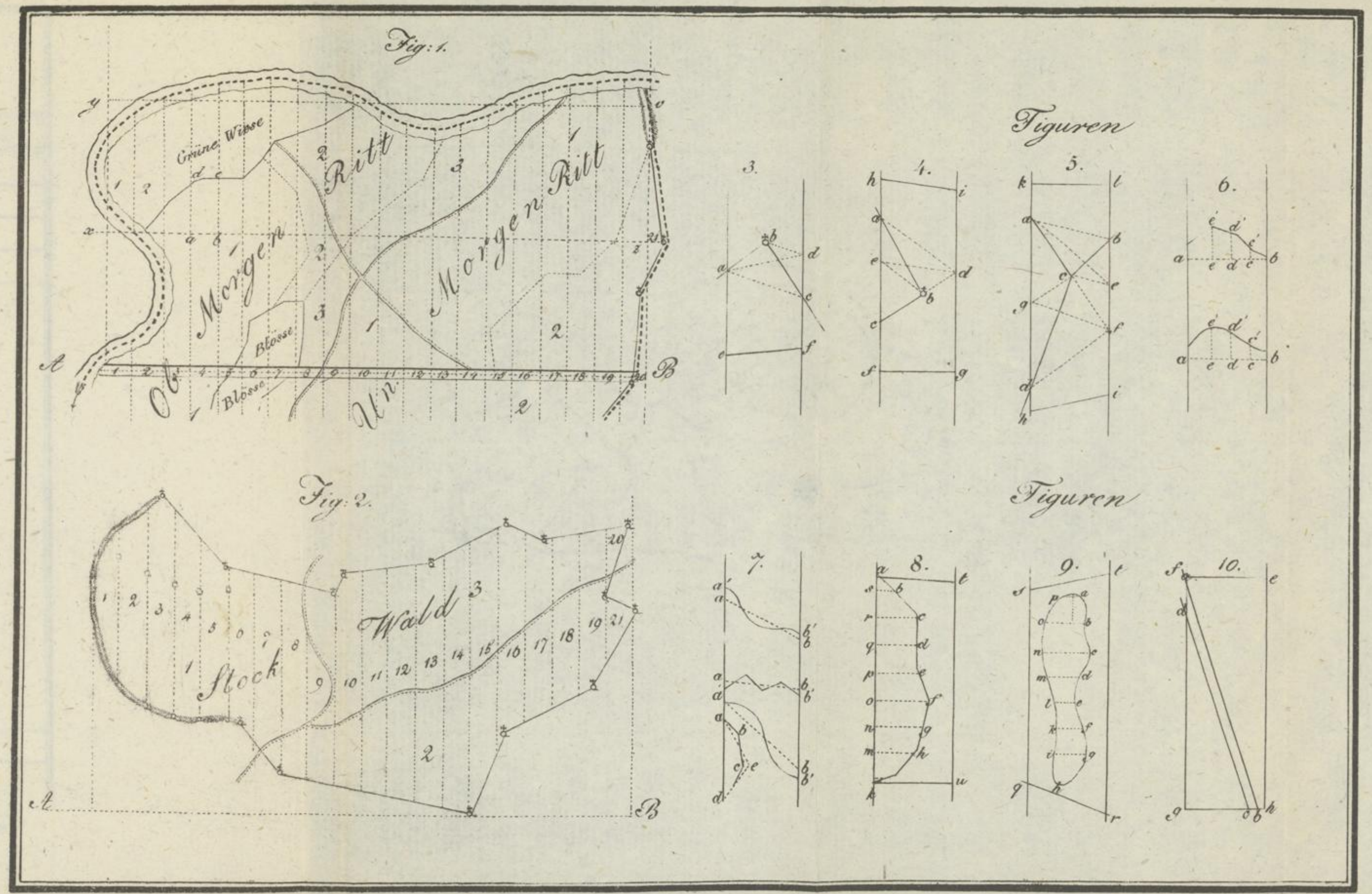

Fig: 1.
Grüne Wiese
Ob. Morgen Ritt
Un. Morgen Ritt
Blösse
Blösse
Fig: 2.
Wald
Stock
Figuren
3.
4.
5.
6.
Figuren
7.
8.
9.
10.

A

	Ob. Morgenritt.							Unt. Morgenritt.				
No.	Grüne Wiese	Allee	Blöße	Fluß	1	2	3	Allee	Fluß	1	2	3
1												
2												
3												
4												
,												
,												
,												
,												
,												
,												
,												
,												
,												
,												
,												
,												
20												
21												

Ad Fig. 1

B.

Stockwald

Nro	1	2	3	Total Trapeze
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
18				
19				
20				
21				

Ad Fig. 2.

C

№	Haus=Garten	Haus=Acker	Kreuz=Wiese	Gemeinde=Wiese	Haus=Krautacker	Ochsen=Weide u.s.w.
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						

□ Klafter	Joch	□ Klafter	Joch	□ Klafter	Joch	□ Klafter	Joch
1600	1	41600	26	81600	51	121600	76
3200	2	43200	27	83200	52	123200	77
4800	3	44800	28	84800	53	124800	78
6400	4	46400	29	86400	54	126400	79
8000	5	48000	30	88000	55	128000	80
9600	6	49600	31	89600	56	129600	81
11200	7	51200	32	91200	57	131200	82
12800	8	52800	33	92800	58	132800	83
14400	9	54400	33	94400	59	134400	84
16000	10	56000	35	96000	60	136000	85
17600	11	57600	36	97600	61	137600	86
19200	12	59200	37	99200	62	139200	87
20800	13	60800	38	100800	63	140800	88
22400	14	62400	39	102400	64	142400	89
24000	15	64000	40	104000	65	144000	90
25600	16	65600	41	105600	66	145600	91
27200	17	67200	42	107200	67	147200	92
28800	18	68800	43	108800	68	148800	93
30400	19	70400	44	110400	69	150400	94
32000	20	72000	45	112000	79	152000	95
33600	21	73600	46	113600	71	153600	96
35200	22	75200	47	115200	72	155200	97
36800	23	76800	48	116800	73	156800	98
38400	24	78400	49	118400	74	158400	99
40000	25	80000	50	120000	75	160000	100