Erster Abschnitt.

Von der Theorie des Distanzmessers.

§. 1.

Die Theorie dieses Distanzmessers gründet sich auf die Auffindung der Ähnlichkeit der Dreyecke und ihres Verhältnisses zu einander, mittelst mechanisch-katoptrischen Vorrichtungen.

§. 2.

Die Katoptrik hat es vorzüglich mit Winkeln zu thun: die Winkel allein können wohl die Ähnlichkeit zweyer Dreyecke angeben, da aber auch das Verhältniß zu wissen nothwendig ist, so müssen die Theile des Instruments, welche das Verhältniß angeben sollen, in einem bestimmten Verhältnisse seyn und verbleiben.

§. 3.

Um ein Dreyeck einem gegebenen ähnlich zu machen, hat man nur zwey Winkel zu wissen nöthig; um es aber demselben verhältnißmäßig ähnlich zu machen, so müssen gegeben seyn: zwey Winkel und eine Seite mit ihrem Verhältniß zu der gleichnamigen.

§. 4.

In Tab. I. Fig. 3 stelle ABDA das Instrument, im Verhältniß mit der wirklichen Entfernung AEGA vor. Man gedenke sich in B und D zwey bewegliche Spiegel, welche sich nach dem Gesetze bewegen müssen, daß der Spiegel B den Gegenstand in G aufzufangen und nach D zurückzubringen habe, und daß D diesen erhaltenen Gegenstand nach A abgibt, vorausgesetzt, wenn AB in der Linie AE, und AD in der AG sich befindet, und wenn überdieß BD parallel zu EG ist.

§. 5.

Aus vorhergehendem §. entsteht die Frage: wie müssen die Spiegel gestellt seyn, um diese Forderung zu befriedigen, und nach welchem Gesetze werden sie sich, bey der Ortsveränderung des Punktes B und D, bewegen? Die Beantwortung beyder Fragen ist der Schlüssel dieses Instrumentes.

§. 6.

Bedingnißweise sey AB = BD, und AE = EG; endlich BD || zu EG; ferner sey EF ⊥ auf AG, so wie BC: daraus folgt AC = CD, und AF = FG, oder was eins ist, 2AC = AD, und 2AF = AG.

§. 7.

Da der Spiegel D, ⊥ auf die Halbirungsachse des Winkels f, und der Spiegel B ebenfalls ⊥ auf die Halbirungsachse des Winkels h stehen muß: so ist nur der Winkel f und h zu bestimmen; f = a,

$c = b$, daher $2b + 2a = 180$, und $b = 90 - a$. Für a kann jeder beliebige Werth, innerhalb 90, angenommen werden, denn ist h zu berechnen, u. z. $g = 180 - f$, und $i + h + g = 180$, daher $h = 180 - g - i$, oder weil es gleich viel ist, ob h oder i zuerst bestimmt wird, sey $i = 180 - g - h$.

§. 8.

Um i zu bestimmen, muß BC und GC gesucht werden, wobey a und AB nebst AE in Werthen gegeben sind; und zwar $r : \sin. a = AB : BC$, und $BC = \frac{\sin. a. AB}{r}$; $AB^2 = BC^2 + AC^2$, und $AC = \sqrt{(AB + BC)(AB - BC)}$.

$AB : AC = AE : AF$ oder . . . . . .

$AB : AC = 2AE : AG$ vermög §. 6. . . . .

$AG - AC = CG$ ferner . . . . . .

$GC : BC = r : \tan. i$; nun ist vermög §. 7 auch h und also die Lage des Spiegels B bekannt.

§. 9.

Das, was der vorhergehende §. im Allgemeinen sagt, muß insbesondere abgehandelt werden. Zu diesem Behufe wurde mit dem Halbmesser AP, der, nach Fig. 1, einen halben Schuh beträgt, ein viertel Bogen PJ auf AG beschrieben, um die Berechnung für das Instrument, in seiner wirklichen Größe, gebrauchen, und um überhaupt mehr Deutlichkeit in die Lage der Spiegel bringen zu können.

§. 10.

Für AE wurde die wirkliche Größe = 50 Klafter angenommen, daher ist AP = $^1/_{600}$. Für a aber 20°, 40°, 60°, 80°, daraus ergeben sich folgende Resultate:

Erstens.

Ist a = 20°, so ist BC = 0,0285016,
AG = 93,9692600,
CA = 0,0783077,
GC = 93,8909523, und
i = 0° 1′ 2″, g = 160, dann h = 19° 58′ 58″, und
$\frac{h}{2}$ = 9° 59′.

Zweytens.

Ist a = 40°, so ist BC = 0,0535656,
AG = 76,6044400,
CA = 0,0633836,
GC = 76,5410564, und
i = 0° 2′ 25″, g = 140, und h = 39° 57′ 35″, und
$\frac{h}{2}$ = 19° 58′.

Drittens.

Ist a = 60°, so ist BC = 0,0721687,
AG = 50,0000000,
CA = 0,0416666,
GC = 49,9583334, und
i = 0° 4′ 58″, g = 120, und h = 59° 55′, daher
$\frac{h}{2}$ = 29° 57′.

Viertens.

Ist endlich $a = 80^\circ$, so ist $BC = 0{,}0820673$,

$AG = 17{,}3648200$,

$CA = 0{,}0144706$,

$GC = 17{,}3503494$, und

$i = 0^\circ\, 16'\, 15''$, $g = 100$, und $h = 79^\circ\, 43'\, 45''$, daher

$$\frac{h}{2} = 39^\circ\, 51'.$$

§. 11.

Aus dem Gegebenen konnten die Spiegel K, L, N und O verzeichnet werden, welches mit Hülfe des sub. Fig. 2 enthaltenen tausendtheiligen Maßstabes und der Lindnerischen Sinustafeln geschah. Nun ist das Gesetz des Objektiv-Spiegels B ersichtlich, nach welchem er sich bewegt.

§. 12.

Da sich die Mitte des Spiegels in einem regelmäßigen Bogen bewegt, und die Breite des Spiegels sich = bleibt, so fällt der Schluß: daß die Endpunkte des Spiegels in den sichtbaren Lagen auch regelmäßige Bögen beschreiben, ganz natürlich auf. Sucht man nun zu dem äußern Bogen den Mittelpunkt, so kömmt er nach x, und der zu dem innern nach y.

§. 13.

Sowohl x als y liegen in dem 60sten Grade von AG, und zwar jeder für sich so weit von A entfernt, als die Breite des Spiegels beträgt. Dieser Fall macht die Möglichkeit der richtigen Verfertigung zweifellos.

§. 14.

Weil x v und y w dem Spiegel keine andere Lage erlauben, als er nach dem Gesetze haben soll, so erfüllen diese Halbmesser den vorgeschriebenen Zweck; denn die Halbmesser entstanden aus dem Gesetze; folglich bilden sie auch wieder das Gesetz. Das Gesetz kann um so weniger unterbrochen werden, da der Spiegel nicht allein durch die Endpunkte, sondern selbst durch den Mittelpunkt geleitet wird.

§. 15.

Wenn der Distanzmesser auf jede Entfernung bis ins Unendliche zeigen sollte: so müßte der Spiegel in P, wenn AP ⊥ auf AJ ist, || zu AJ seyn, und daher ⊥ auf AP stehen; dann wäre aber auch für die Bewegung des Spiegels ein ganz anderes Gesetz, eben so auch für den Maßstab: d. h., es wäre unmöglich, daß wenn AG um einen Theil wächst, AD um den verhältnißmäßig nämlichen Theil wachsen sollte, welches aber bey dem erst bestimmten Gesetze wirklich statt findet, bis auf die Entfernung von 0 bis 10 Klaftern.

§. 16.

Der Spiegel, der (Tab. 1. Fig. 3) in D ist, bewegt sich so, daß er immer senkrecht auf die Halbirungsachse des Winkels f steht. Da also der Winkel stets in zwey gleiche Theile getheilt seyn muß, so müssen auch die Schenkel bey J in Tab. 2 Fig. 1 und 2, einander gleich seyn.