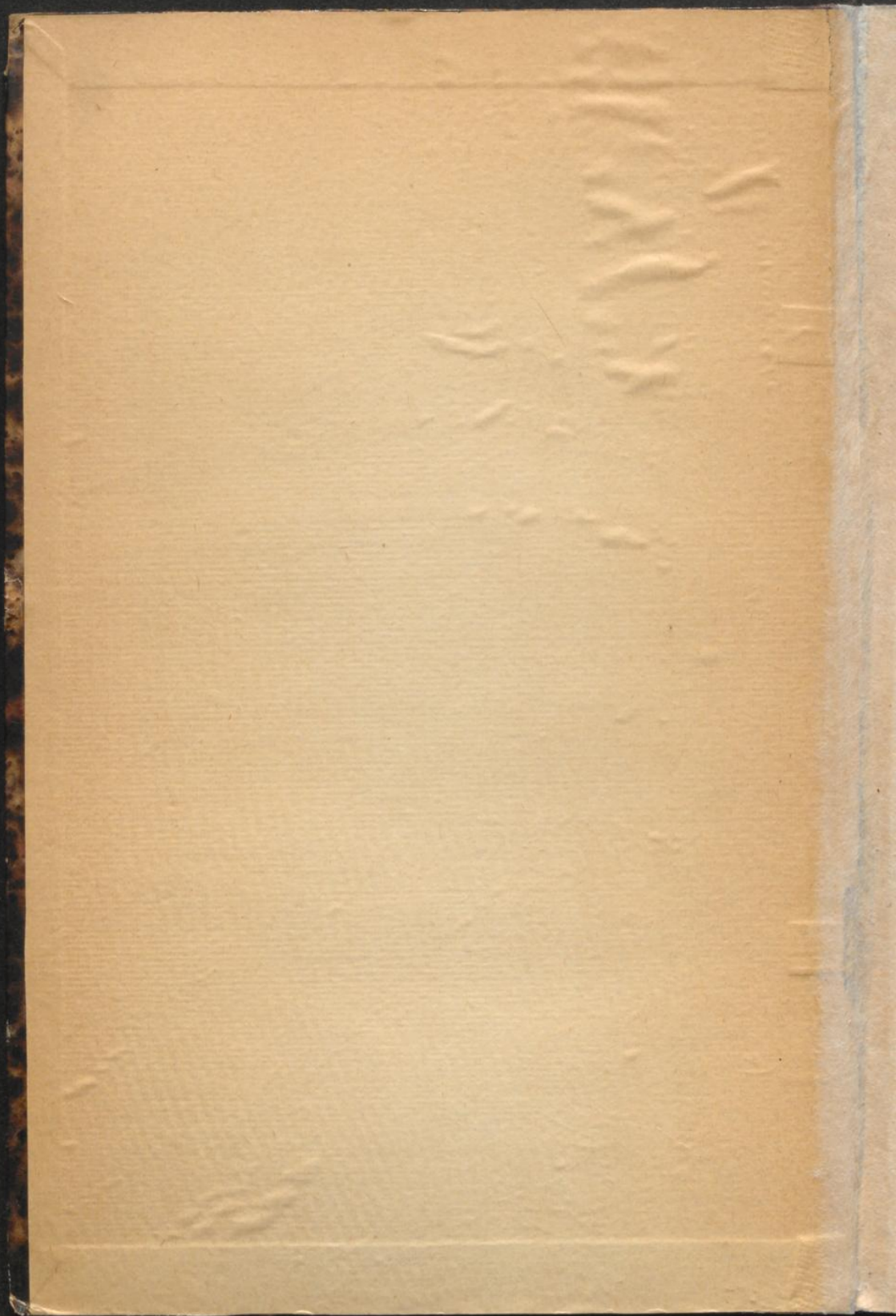


Wiener Stadt-Bibliothek.

16420

A



Rechnungs - Vortheile

von

Johann Geyer,

vorgetragen in seiner

Sonntagsschule im Merkantilfache

in Wien.

Wien 1845.

Druck von Josef Stöckholzer von Hirschfeld.

IV. 1544



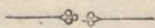
Rechnungs - Vortheile

der

vier Rechnungsarten

und der

Wälschen Practik.



Handwritten text, possibly a title or header, in a cursive script.

Handwritten text, possibly a date or a short phrase, in a cursive script.

Handwritten text, possibly a signature or a concluding phrase, in a cursive script.

V o r w o r t.

Keine Wissenschaft ist allen Klassen der Gesellschaft ohne Unterschied so nützlich und nothwendig als jene des Rechnens, welche daher mit Recht eine der wichtigsten Grundlagen jeder Erziehung bildet.

Wenn man aber Jemandem Rechnungs-Vortheile lehren will, so muß man voraussetzen, daß er überhaupt rechnen könne; denn man kann nicht Erörterungen über eine Wissenschaft vornehmen, deren Grundlage fehlt; gleichwie man ein Gebäude erst dann mit Verzierungen schmückt, wenn es im Wesentlichen bereits vollendet ist. — Dieserwegen wird es auch die Aufgabe des vorliegenden Büchleins nicht seyn können, die Elementar-Kenntnisse der Rechenkunst, die sogenannten vier Species u. dgl. zu entwickeln. Für Jene, welche nicht wenigstens diesen Anfangsgrad von Vorbildung erreicht haben, ist meine Schrift nicht bestimmt, sondern sie verlangt einen Leserkreis, welcher entweder schon in's praktische Geschäftsleben eingetreten, oder doch genügend dafür vorbereitet erscheint, wie die Hörer meiner Sonntagschule. — Was in den Schulen vom Rechnen gelehrt wird, ist allerdings das Wichtigere und Wesentlichere; allein es umfaßt nicht manche Nuancen des Rechnungs-Verfahrens, welche zwar für die Wichtigkeit desselben entbehrlich sind, dasselbe hingegen abkürzen, erleichtern oder annehmlicher machen; daher also mit Recht als Vortheile bezeichnet werden können.

Da nun viele derselben auch dem practischesten Rechner nicht bekannt sind, während diese Rechnungs-Methoden nach meiner

innigsten Ueberzeugung für alle practischen Rechnungen, welche wir vornehmen, unentbehrlich sind, der mündliche Vortrag aber, ihrer Mannigfaltigkeit wegen, beim Unterricht, unmöglich im Gedächtnisse behalten werden kann, so sah ich mich bisher genöthigt, das Hauptsächlichste darüber zu dictiren, was eben so anstrengend für mich, als zeitraubend für meine Hörer war.

In unserem beiderseitigen Interesse und auf Veranlassung meiner Freunde, habe ich mich daher entschlossen, diesen wichtigen Theil der allgemeinen Rechenkunst abgesondert zu behandeln und dem Drucke zu übergeben. — Dabei habe ich mich jedoch nicht darauf beschränkt, bloß die Regeln und Beispiele aufzustellen, sondern ich habe, namentlich in den ersten Abschnitten, auch den ganzen Gang der Ausarbeitung erklärend beigelegt; dagegen enthielt ich mich überhäufster Beispiele, da ich die Ueberzeugung hege, daß eines für alle hinreicht und ein Zuviel eher abschreckt als nützt. Ich glaube daher, indem ich diese Rechnungs-Vorthelle sammle und veröffentliche, dem gesammten rechnenden Publikum einen ersprießlichen Dienst zu erweisen und bin überzeugt, daß Jeder sich, bei aufmerkamer Vergleichung der gewöhnlichen Rechnungs-Manipulation und unseres abgekürzten Verfahrens, mit dem Letzteren schnell und bleibend befreunden werde. —

Für Individuen von allgemeiner Vorbildung und leichter Fassungsgabe wird das Lesen der Regel und die Ansicht des Beispiels genügen, um ihnen die dargestellten Rechnungs-Vorthile zugänglich zu machen; übrigens aber Jeder, wie ich mir schmeichle, in der fortschreitenden Darstellung das allenfalls noch weiters erforderliche Licht erhalten, so daß also das Büchlein allen Erfordernissen eines volksthümlichen Wegweisers entsprechen dürfte. —

Im April 1845.

Der Verfasser.

Vom nämlichen Verfasser ist früher erschienen:

Umriss der italienischen doppelten Buchhaltung, im Rahmen einer einmonathlichen Geschäfts-Parthie, theoretisch-praktisch und in Verbindung mit den nothwendigen Briefen dargestellt.

Ein Handbuch für Alle, welche sich in der kürzesten Zeit mit dem Baue jener interessanten Wissenschaft, aus welcher sich die einfache Buchhaltung von selbst ergibt, vertraut machen wollen, und wobei sie unter einem auch zu einer geregelten Geschäftsführung im Großen vorbereitet werden.

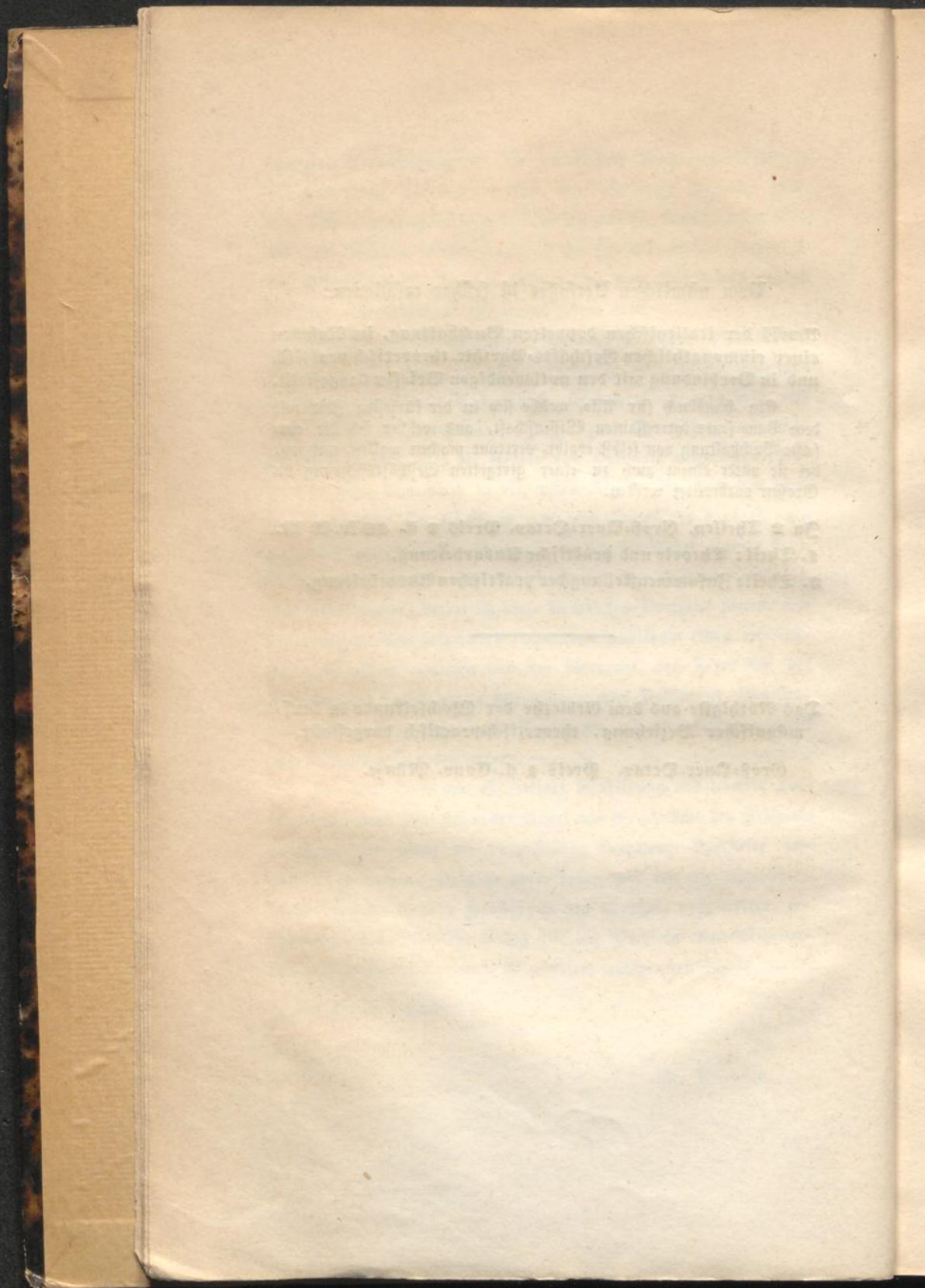
In 2 Theilen, Groß-Quer-Octav. Preis 2 fl. 40 kr. C. M.

1. Theil: Theorie und praktische Ausarbeitung.

2. Theil: Zusammenstellung der praktischen Ausarbeitung.

Das Nöthigste aus dem Gebiete der Wechselkunde in kaufmännischer Beziehung, theoretisch-practisch dargestellt.

Groß-Quer-Octav. Preis 1 fl. Conv. Münze.



Von der Addition.

Die Zahlen, welche zu addiren sind, nennt man *Posten*.

Das Resultat aus der Addition heißt *Summe*.

Das Additionszeichen in den Lehrbüchern ist ein aufrecht stehendes Kreuz (+).

Man nennt selbes auch das *Mehrheitszeichen* und drückt seine Bedeutung im Lesen durch das Wörtchen: **mehr** (lateinisch **plus**) aus.

Jene *Posten* also, vor denen sich dieses Zeichen befindet, sind zu addiren.

Das folgende Zeichen (=) nennt man *Gleichheitszeichen* und bezeichnet es im Lesen durch „gleich“ oder „ist gleich“, das heißt, das Resultat irgend eines Rechnungsverfahrens ist gleich: aus der Addition der *Summe*; aus der Subtraction dem *Reste*; aus der Multiplication dem *Producte*; aus der Division dem *Quotienten*.

Die *Vorteile*, welche die Addition dem practischen Rechner darbietet, lassen sich eintheilen:

1. in solche, welche die **Schnelligkeit**, und
2. in solche, welche die **Sicherheit** des Rechnungsverfahrens befördern.

Die Ersteren beruhen im Wesentlichen auf nachstehenden zwei Punkten; nämlich

- a) auf der Gabe, mit einem voraussichtlichen Ueberblicke, die unmittelbar nächsten Ziffern mit derjenigen zu verbinden, in welcher man bereits arbeitet;
- b) auf der Auslassung gewisser Formeln, an welche man durch den Schulunterricht gewohnt worden ist, und durch welche die Operation des Rechnens unnöthigerweise verlängert wird, wie folgendes kleine Beispiel zeigt.

Man addire nachbenannte Posten:

6

7

8

9

Nach Schulgebrauch würde man, von Unten aufwärts zählend, sagen: 9 und 8 sind 17 und 7 sind 24 und 6 sind 30; allein man kann dieß vortheilhafter und schöner erreichen, indem man die Bindewörter und Zeitwörter (und, sind) ausläßt, sondern mit einem Blicke die Theilsumme, welche aus dem Zusammenzählen des ersten und folgenden Postens entspringt, erkennt und sogleich bezeichnet, wie z. B. in obigem Beispiele: 9, 17, 24, 30.

In den Rechnungsbüchern werden wohl mehrere Methoden gelehrt, um das Rechnungsverfahren abzukürzen; insbesondere soll dieß dadurch erreicht werden, indem man aus mehreren gegebenen Posten jene zusammen sucht, welche am passendsten scheinen, um von 1 auf 10 überzuspringen. Hierzu aber ist eine ganz besondere Aufmerksamkeit erforderlich, weil sonst ein Posten leicht übersehen werden dürfte; folglich die größere Schnelligkeit, im Allgemeinen, wohl nur auf Kosten der Sicherheit zu erwarten steht.

Jene, welche sich den unter a) erwähnten voraussetzlichen Ueberblick eigen gemacht haben, werden hingegen von nachstehenden zwei Vortheilen mit Erfolg Gebrauch machen können.

1. Wenn 2, 3 oder mehr **gleiche** Zahlen übereinander kommen, so bediene man sich zu ihrer Addirung lieber des Einmaleins, das heißt, man nehme jede Ziffer so oftmal, als Posten da sind und zähle die Zehner der Theilproducte zu dem nächsten Theilproducte hinüber. **Z. B.**

Die zu addirenden Posten wären die drei gleichen

$$\begin{array}{r} 678 \\ 678 \\ 678 \\ \hline \end{array}$$

2034, so ist der schnellste Vorgang, indem wir sagen:

3 mal 8 sind 24, bleiben 2

3 " 7 " 21 und 2 sind 23, bleiben 2

3 " 6 " 18 und 2 " 20.

2. Wenn 3 oder 5 Zahlen auf einander folgen, deren Werth in unmittelbar steigender oder fallender Ordnung ist, so wende man ebenfalls das Einmaleins an, multiplizire die mittlere Zahl jeder Colonne, im ersten Falle mit 3, im zweiten mit 5.

Beispiel mit 3 Zahlen:

$$\begin{array}{r} 534 \\ 645 \\ 756 \\ \hline 1935 \end{array}$$

Hier multipliziren wir die mittlere Zahl jeder Kolonne mit 3:

$$\begin{array}{r} 3 \text{ mal } 5 \text{ sind } 15 \\ 3 \text{ " } 4 \text{ " } 12 \\ 3 \text{ " } 6 \text{ " } 18 \end{array}$$

und fügen die Zehner der Theilproducte zum nächsten Producte.

Beispiel mit 5 Zahlen:

258	Hier werden die mittleren Zahlen der
367	einzelnen Kolonnen 6, 7, 4 mit 5 multi-
476	pliziert und die Zehner, wie bemerkt, hin-
585	über gezählt, wie folgt:
694	
2380	

5 mal 6 sind 30. — Die Null angeschrieben, bleiben 3

5 " 7 " 35 und 3 sind 38, bleiben 3

5 " 4 " 20 und 3 sind 23. —

* * *

Was die **Sicherheit** der Addition betrifft, so wird diese wohl meistens am ehesten in dem Maße erreicht, als wenige Posten vorhanden sind. — Sind die Posten zahlreich, so findet man wohl nur wenige Rechner, die sie gleich auf den ersten Anlauf mit jener Verlässlichkeit zu addiren im Stande sind, welche das nöthige felsenfeste Vertrauen einzufößen vermag, das einzige, welches im Geschäfte Werth hat.

Da eine große Zahl von Posten, wie sie im Handel häufig vorkommen, viele Rechner förmlich abschreckt, so ist für solche Fälle Nachstehendes als Vereinfachung oder Erleichterung zu empfehlen.

1. Man theilt die Posten ab, addirt die einzelnen Theile und bringt durch Addition ihrer Theilsummen die Totalsumme zu Stande, wie aus nachfolgendem Beispiele zu ersehen ist:

78934	
56789	
78945	
67891	
23456	
78901	Theilsumme der ersten 6 Posten 384916
56789	
34567	
89112	
34567	
89012	
34567	" " andern 6 " 338614
	Totalsumme 723530

oder man addirt die Ziffern jeder einzelnen Kolonne für sich, das heißt, ohne die, von der früheren, etwa übrig gebliebenen Zehner u. s. w. einzurechnen, setzt ihre Theilsummen einzeln in entsprechender Stufenfolge an, das heißt, die Summe aus den Zehnern um eine Stelle mehr nach links, als jene der Einheiten u. s. w., dann addirt man diese Theilsummen und erhält aus ihnen die Hauptsumme. —

Wenden wir die eben erklärte Methode auf obiges Beispiel an, so finden wir

die Theilsumme der Einheiten	60	} rücken mit den höheren Theil= summen stets um eine Stelle mehr links.
" " " Zehner	57	
" " " Hunderte	69	
" " " Tausende	76	
" " " Zehntausende	64	

addiren diese 5 Theilsummen und er-

halten die Hauptsumme von **723530.**

Das letztere Verfahren hat zwei Vorzüge und zwar:

1. Setzt es den Rechnenden in die Lage, falls er im Gange der Operation unterbrochen würde, bloß auf Eine Kolonne zurückkommen zu müssen.
2. Gestattet es eine leichtere Entdeckung allenfälliger Fehler, wenn zwei Personen die Addition vornehmen, weil sie beim Vergleich ihrer Resultate bloß jene Kolonnen nachzurechnen brauchen, in denen sie differiren.



Von der Subtraction.

Die Zahl, von welcher man abzieht, heißt Minuend.

Jene, welche abgezogen wird, Subtrahend.

Das Resultat: Rest oder Unterschied.

Das Subtractionszeichen besteht in einem kurzen Querstriche (—). Man drückt es im Lesen durch das Wörtchen „weniger,“ lateinisch „**minus**“ aus.

Jene Zahl also, vor welcher sich ein solches Zeichen befindet, ist abzuführen.

Die neuere Rechnungsweise verwandelt die Subtraction, der Methode nach, in eine Addition, indem man nämlich dem Subtrahend jene Zahl zählt und anschreibt, welche abgeht, um die Ziffer des Minuenden zu erreichen.

Was also, nach der älteren Methode, als Probe diente, ist jetzt das Rechnungsverfahren selbst. Hierdurch wird mehr Annehmlichkeit der Arbeit erzielt und zugleich das sogenannte Vorgen vermieden.

Beispiel in ungenannten Zahlen:

Minuend	7848
Subtrahend	3456
Rest	4392

E r k l ä r u n g.

Anstatt zu sagen: 6 von 8 bleiben 2, sagt man: 6 und 2 sind 8; jene Zahl, welche bei dieser Methode auf das Wörtchen **und** gehört, um die Ziffer des Minuends zu erreichen, wird also als Rest ange-
 setzt. In der Reihe der Zehner obigen Beispiels steht über der Ziffer 5 eine 4, also eine niedrigere. Anstatt nun, nach der frühern Uebung, zu sagen: 5 von 4 kann ich nicht, somit muß ich 1 borgen, folglich 5 von 14 bleiben 9, denkt man sich, nach der neuern Methode, zu jeder Ziffer des Minuends, welche kleiner ist als jene des Subtrahend, 10 dazu, wodurch in unserem Beispiele die 4 auf 14 erhoben und gesagt wird: 5 und 9 sind 14. Die 9 schreibe ich an, merke mir aber aus der ausgesprochenen Summe der Zehner die 1, welche ich zu des Subtrahends Ziffer füge, die nun an die Reihe kommt und sage: 1 und 4 sind 5 und 3 (welche zu 5 abgehen, um die Ziffer des Minuends zu erreichen) sind 8; endlich 3 und 4 sind 7.

Beispiel in genannten und mehrnamigen Zahlen:

Von fl. 742 36 fr. sind abzuziehen

„ 356 47 „

Rest fl. 385 49 fr.

E r k l ä r u n g.

7 und 9 sind 16, bleibt 1.

1 und 4 sind 5; hier folgt nun in der Zehnerstelle der Kreuzer eine 3, also eine kleinere Ziffer als jene des Subtrahends 5. Um in der Arbeit fortfahren zu können, denke man sich (aus der Auflösungszahl 60) die 6 dazu, wodurch man also 9 erhält und addirt nun weiter:

5 und 4 sind 9; die 4 wird dabei angeschrieben. — Geben die Zahlen des Subtrahends und des Restes aus einer Unterbenennung ein Ganzes aus einer höhern Benennung, so vermehrt man die nächste Ziffer der Letzteren ebenfalls um 1 und schreitet nach der erklärten Weise weiter fort:

1 und 6 sind 7 und 5 sind 12, bleibt 1

1 " 5 " 6 " 8 " 14, " 1

1 " 3 " 4 " 3 " 7.

Der Vorzug dieser Subtractionsweise besteht darin, daß man durch sie den Fehlern sicherer vorbeugen kann; denn da man, so zu sagen: die Operation und die Probe darüber zugleich macht, so kann nicht leicht ein Fehler vorkommen. Ihre Annehmlichkeit springt besonders bei der Division in die Augen, wie auch bei buchhalterischen Arbeiten, z. B. wenn man einen Conto saldiren, das heißt, die Beträge von Soll und Haben gleichstellen will, da die Summen, von denen man abziehen soll, sich auf der einen Seite des Conto befinden, jene, welche man abziehen soll, aber, auf der entgegengesetzten Seite. — Z. B.:

Das Soll wäre fl. 4536	42 fr.	das Haben fl. 3902	16 fr.
so darf man nur durch Addition zur kleinern			
Zahl 3902	16	die Differenz von	. . . " 634 26 "
gegen die größere, als Saldo, mit hinzufügen.			fl. 4536 42 fr.



Von der Multiplication.

Das Multiplicationszeichen besteht in einem schiefsliegenden Kreuze ($\times$).
Die Zahl, welche multiplicirt werden soll, heißt: Multiplicand.
Jene, mit welcher dieß geschehen soll, Multiplicator.
Beide Zahlen zusammen heißen: Factoren.

Es ist gleichgültig, welchen von beiden Factoren man zum Multiplicand, welchen zum Multiplicator macht.

Das Resultat aus der Multiplication der Factoren heißt: Product. —

Für einige Vortheile ist es Bedingung, den Multiplicator nicht unter den Multiplicand zu setzen, sondern neben ihn. Wir aber werden dieser Uebung im Allgemeinen folgen.

In dieser Rechnungsart nun kommen viele Uebungen vor, welche von dem schulgerechten Verfahren abweichen, und durch welche ein schnellerer Gang der Arbeit erzielt wird. Wir heben von denselben folgende heraus:

Erster Vortheil.

Man fange die Multiplication nicht mit jener Ziffer an, welche an der Stelle der Einheiten des Multiplicators steht, sondern mit jener, welche dessen **höchste** Stelle einnimmt, setze daher auch die Theilproducte, anstatt von der Rechten zur Linken, umgekehrt: von der Linken zur Rechten, an.

Wenn die Reihe der Multiplication an die Ziffer in der Einheitsstelle des Multiplikators kömmt, so multiplicirt man mit ihr, und zählt gleich die schon vorfindigen Producte mit ein.

Erstes Beispiel.

7836 ist mit 453 zu multipliciren.

Ausarbeitung mit Aufstellung sämtlicher Theilproducte.

$$\begin{array}{r}
 7836 \times 453 \\
 \hline
 31344 \\
 39180 \\
 23508 \\
 \hline
 3549708
 \end{array}$$

Ausarbeitung ohne Aufstellung des letzten Theilproductes, im Sinne unseres Vortheils.

$$\begin{array}{r}
 7836 \times 453 \\
 \hline
 31344 \\
 39180 \\
 \hline
 3549708
 \end{array}$$

Erklärung dieser Ausarbeitung.

Die Multiplication wird mit der Ziffer 4 des Multiplikators angefangen und gibt als Theilproduct 31344. Darauf nehmen wir die Multiplication mit der rechts stehenden Ziffer 5 vor und setzen ihr Theilproduct 39180 um eine Stelle weiter rechts. — Endlich gelangen wir zur Multiplication mit unserer Schlusßziffer 3, deren Product 23508, wie aus der ersten Aufstellung ersichtlich, abermals um eine Stelle weiter zur Rechten anzusetzen wäre. Allein wir ersparen den letzteren Ansat und addiren gleich, während wir ihn bilden, die schon vorhandenen Theilproducte ein, unterziehen also diese mit einem Striche und schreiben gleich das Hauptproduct darunter.

Der dießfällige Operationsgang, in Bezug auf die Ziffer 3, ist folgender:

3 mal 6 sind 18 (die 8 wird angeschrieben, weil über ihr sich kein einzuzählender Posten findet, und zwar gegen das frühere, über dem Strich angelegte Theilproduct um eine Stelle mehr rechts) bleibt 1.

3 mal 3 sind 9 und 1 sind 10, bleibt 1.

3 " 8 " 24 " 1 " 25 und 8 sind 33 und 4 sind 37, bleiben 3.

3 " 7 " 21 und 3 sind 24 und 1 sind 25 und 4 sind 29, bleiben 2.

Der Multiplicand ist nun vollends multiplicirt; man addirt daher nur noch die übrigen Ziffern, indem man sagt:

2 und 9 sind 11 und 3 sind 14, bleibt 1.

1 " 3 " 4 " 1 " 5.

Nichts " 3 " 3.

Zweites Beispiel.

678 ist zu multipliciren mit 234.

$$678 \times 234$$

1356 . . Theilproduct aus der Multiplication mit 2

2034 " " " " " 3

158652 " " " " " 4, in

Verbindung mit jenen von 3 und 2.

Drittes Beispiel.

456 ist zu multipliciren mit 327.

$$456 \times 327$$

1368 . . Theilproduct aus der Multiplication mit 3

912 " " " " " 2

149112 " " " " " 7, in

Verbindung mit den anderen, früheren.

Zweiter Vorthheil.

Da es, wie schon bemerkt, gleichviel ist, welchen zweier Factoren man zum Multiplicanden oder zum Multiplikator macht, so wähle man immer die kleinere Zahl zum Multiplikator. *B. B.*

453 ist mit 7836 zu multipliciren.

Nach der Hinstellung des Beispiels wäre eigentlich 453 der Multiplicand und 7836 der Multiplikator. Wir kehren dieß aber um und schreiben:

$$\begin{array}{r}
 7836 \times 453, \text{ wodurch wir um eine Stelle weniger} \\
 \hline
 31344 \qquad \qquad \text{zu multipliciren erhalten. —} \\
 39180 \\
 \hline
 3549708
 \end{array}$$

* * *

Derselbe Grundsatz gilt auch für Zahlen, wo sich zwischen bedeutenden Ziffern Nullen finden, indem diese, da sie in der Multiplication keine Geltung haben, übersprungen werden. *B. B.:*

7008 ist zu multipliciren mit 4578.

Hier stellt sich gleich die Zahl 7008, ihrer Nullen wegen, als vortheilhafter zum Multiplikator heraus. Wir wenden sie daher auch als solchen an, und bilden die neue Aufstellung.

$$\begin{array}{r}
 4578 \times 7008 \\
 \hline
 32046 \qquad \text{Theilproduct aus der Multiplication mit 7.} \\
 \quad \cdot \cdot \quad \text{übersprungene Stellen wegen der beiden Nullen.} \\
 \hline
 32082624 \text{ Theilproduct aus der Multiplication mit 8, in} \\
 \text{Verbindung mit jenem aus 7.}
 \end{array}$$

Dritter Vortheil.

Haben die Factoren Nullen an ihrer Rechten, so multiplicirt man bloß die geltenden Ziffern und erst, wenn deren Theilproducte addirt sind, fügt man zur Summe rechts so viele Nullen, als beide Factoren deren zusammen haben. B. B.:

720 sind zu multipliciren mit 450.

Ohne Auslassung der Nullen.

$$\begin{array}{r} 72 \times 45 \\ \hline 288 \\ \hline 3240,00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 720 \times 450 \\ \hline 2880 \\ \hline 360\ 00 \\ \hline 3240,00 \end{array}$$

Indem wir die Nullen sowohl im Multiplicand als im Multiplikator weglassen, nehmen wir bloß die bedeutenden Ziffern 72 und 45 in Arbeit, wofür das Verfahren schon hinlänglich erklärt ist und wodurch wir das Product 3240 erhalten. Hieran hängen wir sodann die ausgelassenen Nullen und haben somit das Durchführen von 5 Nullen erspart, wie aus der Rechnungsaufstellung rechts zu ersehen ist.

Vierter Vortheil.

Kömmt in der Zifferreihe des Multiplikators die 1 vor, so bedarf sie keiner eigenen Multiplication, sondern der Multiplicand bleibt gleich einmal als Theilproduct stehen. Natürlich müssen dann, bei der Multiplication mit den übrigen Ziffern, ihre bezüglichen Theilproducte an jene Stellen gesetzt werden, welche ihnen, rücksichtlich der Stellung der Ziffer 1, gebühren.

Erstes Beispiel.

426 ist zu multipliciren mit 517.

Mit Aufstellung sämmtl. Theilproducte.

a.	b.
426×517	426×517
2130	2130
220242	2982
	220242

Erklärung.

Wegen der 1 im Multiplicator, bleibt 426 gleich als Theilproduct stehen und wir multipliciren bloß mit 5 und 7. Da die 5, bezüglich der 1 des Multiplicators, um eine Stelle links steht, so muß ihr Theilproduct 2130, im Verhältniß, um eine Stelle links gerückt werden, daher unter 2.

Aus der Multiplication mit 7 ergibt sich das Theilproduct 2982, welches wir, da die 7 gegen die 1 um eine Stelle mehr zur Rechten steht, gleichmäßig um eine Stelle rechts stellen müßten, wie aus der Aufstellung unter b. ersichtlich; allein nach unserer allgemeinen Verfahrensweise unterlassen wir die besondere Aufstellung dieses Theilproductes, indem wir bei Bildung desselben, unter Einem die schon vorfindigen Theilproducte 2130 und 426 in den gehörigen Stellen einrechnen, daher sie gleich mit einem Strich unterziehen und nur die Hauptsumme anschreiben.

Zweites Beispiel.

4567 ist mit 2113 zu multipliciren.

a.	b.
4567×2113	
9134	
4567	
9650071	

Erklärung.

Hier kommt die 1 im Multiplicator **zweimal** vor. Das Stehenlassen des Multiplicands, als Theilproduct für die 1, ist aber nur für Eine statthaft und derselbe muß für jede andere wieder neu angesehen werden. Ob aber das Stehenbleiben wegen der Einen oder der andern geschehe, ist gleichgültig, und wir nehmen daher vorläufig die mit a. bezeichnete 1 als jene an, wegen welcher wir den Multiplicand stehen lassen, worauf wir zur Multiplication mit 2 schreiten und das Theilproduct 9134 erhalten. Wegen der mit b. bezeichneten 1 wird als Theilproduct der Multiplicand 4567 abermals angeschrieben, jedoch um eine Stelle mehr gegen die Rechte. Nun kommt die Multiplication an die Ziffer 3, und da diese wieder um eine Stelle weiter rechts steht, so kommt auch die erste Ziffer ihres Theilproductes um eine Stelle weiter nach rechts. Der übrige Vorgang ist der bereits erklärte.

Drittes Beispiel.

789 ist zu multipliciren mit 123.

$$789 \times 123$$

1578

97047

Erklärung.

In diesem Beispiele lassen wir den Multiplicand wegen der im Multiplicator enthaltenen 1, gleich wieder als Theilproduct stehen, multipliciren sofort mit 2, dessen Theilproduct 1578 wir um eine Stelle mehr nach rechts rücken, ziehen dann einen Strich darunter und verbinden hernach das Theilproduct aus 3 mit den schon vorfindigen Theilproducten 1578 und 789, wornach wir die Hauptsumme 97047 erhalten.

Viertes Beispiel.

478 ist zu multipliciren mit 231.

$$\begin{array}{r}
 478 \times 231 \\
 \hline
 956 \\
 1434 \\
 \hline
 110418
 \end{array}$$

Erklärung.

Hier haben wir zuerst mit 2, dann mit 3 multiplicirt, unterzogen diese Theilproducte sohin mit einem Strich, dann, anstatt der Multiplication mit 1, zählten wir den einfachen Multiplicanden 478 zu den übrigen 2 Theilproducten 1434 und 956, wodurch wir die Hauptsumme von 110418 erhalten.

* * *

Durch Anwendung des eben erklärten und des unter 1 dargestellten Vortheils ist es möglich, die Multiplication mit jedem zweiziffrigen Multiplikator, an dessen **Behner**stelle sich eine Eins befindet, auf Einmal zu machen. B. B.:

456 ist mit 12 zu multipliciren.

$$\begin{array}{r}
 456 \times 12 \\
 \hline
 5472
 \end{array}$$

Erklärung.

Wegen der Eins lassen wir den Multiplicand 456 stehen, unterziehen ihn aber gleich mit dem Striche, weil aus seiner weiteren Multiplication mit der 2, nebst Hinzuzählung seines eigenen Betrages, als Theilproduct aus der Multiplication mit 1, schon die Schlusssumme hervorgeht, wie aus folgendem Gange zu ersehen ist:

2 mal 6 sind 12. (Hieron wird die 2 angeschrieben und die 1 zur Fortsetzung hinübergezogen.

2 " 5 " 10 und 1 sind 11 und 6 sind 17. (Die 7 wird angeschrieben, bleibt 1).

2 " 4 " 8 und 1 sind 9 und 5 sind 14. (Die 4 angeschrieben, bleibt 1).

Da aber nun nichts mehr zu multipliciren da ist, so addirt man bloß, indem man sagt: 1 und 4 sind 5.

* * *

Wer allenfals in die Verlässlichkeit seiner Arbeit nach dieser Methode zu Anfang kein Vertrauen hat, kann, zu seiner Uebung, dasselbe Beispiel sich in anderer Weise aufstellen, indem er den Multiplicand wegen der 1 stehen läßt, das Theilproduct wegen der andern Ziffer insbesondere aufstellt und dann beide addirt; als:

$$\begin{array}{r} 456 \times 12 \text{ Theilproduct wegen } 1 \\ 912 \qquad \qquad \qquad \text{ " } \qquad \text{ " } 2 \\ \hline 5472 \text{ Hauptproduct.} \end{array}$$

Weitere Beispiele

mit Verrichtung der Multiplication
auf Einmal.

zum Vergleich
mit Aufstellung der Theilproducte.

$$\begin{array}{r} 567 \times 13 \\ \hline 7371 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 567 \times 13 \\ 1701 \\ \hline 7371 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 678 \times 14 \\ \hline 9492 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 678 \times 14 \\ 2712 \\ \hline 9492 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 678 \times 15 \\ \hline 10170 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 678 \times 15 \\ 3390 \\ \hline 10170 \end{array}$$

Fünfter Vorthail.

Hat ein zweiziffriger Multiplicator die Eins an der Stelle der Einheit, so kann die Multiplication auf Einmal nach folgender speziellen Regel gemacht werden:

Man setzt die Ziffer des Multiplicands, welche in der Stelle der Einheit steht, wegen der Eins des Multiplicators, einfach unter den Strich und zwar, um eine bessere Uebersicht zu gewinnen, mit welcher Ziffer des Multiplicands eben zu multipliciren sei, um eine Stelle mehr rechts, als sie im Multiplicand einnahm. Ist dieß geschehen, so multiplicirt man den ganzen ursprünglichen Multiplicand mit der andern Ziffer des Multiplicators und zählt bei jedem Theilproducte, welches sich aus einer multiplicirten Ziffer des Multiplicanden ergibt, auch die ihr zur Linken stehende Ziffer ein, was man aus nachstehendem Gang ersieht:

Beispiele.

Nr. 1.

$$\begin{array}{r} 345 \times 21 \\ \hline 7245 \end{array}$$

Nr. 2.

$$\begin{array}{r} 345 \times 31 \\ \hline 10695 \end{array}$$

Die 5 des Multiplicand im ersten Beispiele setzen wir vorerst einfach herab, dann multipliciren wir mit 2, wie folgt:

2 mal 5 sind 10 und 4 (welche zur Linken der 5 steht) sind 14; 4 angeschrieben, bleibt 1.

2 mal 4 sind 8 und 1 sind 9 und 3 (nämlich jene zur Linken der 4) sind 12; 2 angeschrieben, bleibt 1.

2 mal 3 sind 6 und 1 sind 7.

Auch hier wolle man sich, bei der Einübung, von der Richtigkeit seiner Arbeit nach der besprochenen Methode, durch Vergleichung mit der andern Methode, das heißt, mit besonderer Aufstellung des Theilproductes für die andere Ziffer, überzeugen.

Weitere Beispiele.

Mit Ausarbeitung auf Einmal. Mit Aufstellung beider Theilproducte.

$$\begin{array}{r} 345 \times 41 \\ \hline 14145 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 345 \times 41 \\ 1380 \\ \hline 14145 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 345 \times 51 \\ \hline 17595 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 345 \times 51 \\ 1725 \\ \hline 17595 \end{array}$$

Die Multiplication mit 11 kann nach der einen oder nach der andern der unter 4 oder 5 erklärten Methoden auf Einmal geschehen, je nachdem man die an der Stelle der Einheit, oder an jener der Zehner stehende Eins als bedeutend annehmen will. Um dieß ersichtlich zu machen, überschreiben wir die eine mit **a.**, die andere mit **b.**

Ausarbeitung
nach der Methode Nr. 4.,
wo also der mit h. bezeich-
nete Ginjer, als bedeutende
Ziffer, behandelt wird.

$$\begin{array}{r} \text{a.b.} \\ 789 \times 11 \\ \hline 8679 \end{array}$$

789	×	11.	Theilproduct für den Einser a.			
789			"	"	"	" b.
8679						

nach der Methode Nr. 5.
indem wir nämlich die, mit
a. bezeichnete 1, als be-
deutend, behandeln.

$$\begin{array}{r} 789 \times 11 \\ \hline 8679 \end{array}$$

789 $\times$ 11. Theilproduct für den Einser b.
 789 " " " " a.
 8679

Sechster Vortheil.

Man multiplicirt vorthailhaft mit **5**, wenn man den Multi-
plicand mit **10** multiplicirt und das Product mit **2** dividirt oder

halbirt; denn die Multiplication mit 10 erfordert bloß das Anhängen einer Null, oder daß man sich solches denkt.

Beispiele.

456 ist mit 5 zu multipliciren.

$$\begin{array}{r} 456 \times 5 \\ 0 \\ 2 : \hline 2280 \end{array}$$

Erklärung.

Wir könnten uns die Null, als angehängt, bloß denken; allein der Darstellung wegen, setzen wir sie wirklich an, jedoch um den Multiplicand herauszuheben, etwas tiefer. So erhalten wir das Product 4560, welches wir halbiren und so auf schnelle und angenehme Weise das gesuchte Resultat erhalten.

689 ist mit 5 zu multipliciren.

$$\begin{array}{r} 689 \times 5 \\ \hline 3445 \end{array}$$

Wir dachten uns hier das Product aus der Multiplication mit 10 im Geiste, dividirten gleich mit 2 und erhielten obiges Product.

$$\begin{array}{r} 457 \times 5 \\ \hline 2285 \end{array}$$

Siebenter Vortheil.

Eine Zahl wird vorthailhaft mit 25 multiplicirt, wenn man sie mit 100 multiplicirt und das Product durch 4 theilt. Der Vorgang ist, wie bei der Multiplication mit 5, das heißt, man hängt in Gedanken zwei Nullen an und nimmt gleich die Division vor.

Beispiele.

345 ist mit 25 zu multipliciren.

$$\begin{array}{r} 345 \times 25 \\ 00 \\ 4 : \hline 8625 \end{array}$$

Zur Versinnlichung schreiben wir die beiden Nullen an, wie oben, und vollziehen die Division mit 4.

$$\begin{array}{r} 862 \times 25 \\ \hline 21550 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 567 \times 25 \\ \hline 14175 \end{array}$$

Anmerkung.

Aus diesem Vorthail ergibt sich die weitere vortheilhafte Multiplication einer Zahl mit 75, wozu man nämlich bloß das, durch die vorige Regel, gefundene Product mit 3 zu multipliciren braucht, weil 3 mal 25, 75 ist. — Gegenüber von dem, im **ersten** Vorthail erklärten Verfahren, dürfte indessen dieser doppelte Vorgang weder an Schnelligkeit, noch an Annehmlichkeit überwiegend seyn.

Zum Vergleiche davon diene nachstehendes Beispiel:

Ausarbeitung nach Nr. 7.

$$\begin{array}{r} 678 \times 75 \\ \hline 16950 \text{ Product aus 25.} \\ \times 3 \\ \hline 50850 \end{array}$$

Ausarbeitung nach Nr. 1.

$$\begin{array}{r} 678 \times 75 \\ \hline 4746 \\ \hline 50850 \end{array}$$

Achter Vorthail.

Eine Zahl wird vortheilhaft mit 125 multiplicirt, wenn man sie mit 1000 multiplicirt und das Product durch 8 dividirt; denn eine solche Multiplication erfordert bloß das Anhängen von 3 Nullen, welche man sich auch angehängt, denken kann.

Beispiel.

468 ist mit 125 zu multipliciren.

$$\begin{array}{r} 468 \times 125 \\ 8 : \quad 000 \\ \hline 58500 \end{array}$$

Wir hängen hier die 3 Nullen ersichtlich an, dividiren gleich mit 8 und erhalten obiges Resultat.

$$\begin{array}{r} 357 \times 125 \\ \hline 44625 \end{array}$$

Anmerkung.

Aus dem Vorstehenden fließt wieder die vortheilhafte Multiplication einer Zahl mit 875, wobei man nämlich das, wie vorbeschrieben, gefundene Product noch 7 mal nimmt, da $7 \text{ mal } 125 = 875$ ist.

Beispiel.

$$\begin{array}{r} 659 \times 875 \\ \hline 82375 \text{ Product aus der Multiplication mit } 125. \\ \times 7 \\ \hline 576625 \end{array}$$

Neunter Vortheil.

Wenn der Multiplicator in einer Zahl besteht, die nur um 1, 2, 3 bis 9 von 100 oder 1000 u. s. f. differirt, so multiplicire man den Multiplicanden gleich mit obiger vollen Zahl von 100, 1000 u. s. f., indem man ihm nämlich in der That, oder in Gedanken die betreffende Anzahl von Nullen rechts anhängt. —

Von diesem Hauptproducte zieht man dann den Multiplicand so viele Mal ab, als die Differenz zwischen dem wirklichen und dem angenommenen Multiplicator beträgt, also z. B. bei 99, 999 einmal, bei 91, 991 neunmal u. s. w. Der sich ergebende Rest ist das Gesuchte.

Zu bemerken kommt hierbei, daß obiges Abziehen der Differenz in der Art geschehen muß, daß man den einz- oder mehrfachen Multiplicand nicht erst als Theilproduct abgesondert unter das Hauptproduct zu stellen nöthig habe, sondern ihn bloß als darunter gestellt denkt. Ohne diese Fertigkeit würde sich die in Rede stehende Methode, gegenüber von der, unter Nr. 1 erklärten, wohl nur in seltenen Fällen des practischen Lebens als ein Vortheil darstellen.

Beispiele.

672 sind mit 99 zu multipliciren.

Darstellung.

$$\begin{array}{r}
 672 \times 100 - 1 \text{ mal} \\
 \underline{00} \qquad \qquad \qquad 672,00 \\
 66528 \qquad \qquad \qquad \underline{672} \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad 65528
 \end{array}$$

Erklärung.

Hier multiplicire man den Multiplicanden gleich mit runden 100. Anstatt die beiden Nullen anzuhängen, könnte man sich selbe bloß als angehängt denken. Wir fügen sie aber zur leichteren Verständlichkeit wirklich an, thun dieß aber, um den Multiplicand ersichtlicher zu machen, etwas tiefer. — Durch die Zusammenstellung erhalten wir sodann 672,00. Da aber der wirkliche Multiplicator (99) gegen den angenommenen (100) um 1 differirt, so müssen wir den Multiplicand einmal vom Hauptproducte 67200 abziehen. Anstatt ihn aber zu diesem Behufe wirklich darunter zu setzen, denken wir uns ihn bloß als darunter gesetzt, ziehen deßhalb sofort einen Strich und schreiben unter denselben gleich, während des Abziehens in Gedanken, den Rest, wie folgender Gang es darstellt:

2 und 8 sind 10, bleibt 1

1 " 7 " 8 und 2 sind 10, bleibt 1

1 " 6 " 7 " 5 " 12, " 1

1 " 6 " 7

0 " 6 " 6.

Die durch Strichchen bemerkten Biffern sind die anzuschreibenden.

Beispiel.

Es wären 3462 mit 91 zu multipliciren.

Darstellung.

$$\begin{array}{r}
 3462 \times 100 - 9 \text{ mal} \quad 346200 \text{ Product aus } 100 \\
 \underline{00} \quad \quad \quad 31158 \quad " \quad " \quad 9 \\
 315042 \quad \quad \quad 315042 \text{ definitives Product.}
 \end{array}$$

Erklärung.

In diesem Beispiele multipliciren wir den Multiplicand 3462 wieder gleich mit runden 100, wodurch wir 346200 erhalten. Da aber 91 und 100 um 9 differiren, so müssen wir den Multiplicand 3462 neunmal nehmen und das daraus entspringende Theilproduct 31158 von obigem Hauptproducte abziehen. Wir ziehen aber gleich einen Strich und vollführen die Multiplication, die Subtraction und das Anschreiben des Restes mit einer einzigen Operation, wie folgt:

$$\begin{array}{l}
 2 \text{ mal } 9 \text{ sind } 18 \text{ und } \underline{2} \text{ sind } 20, \text{ bleiben } 2 \\
 6 \text{ " } 9 \text{ " } 54 \text{ " } \underline{2} \text{ " } 56 \text{ und } \underline{4} \text{ sind } 60, \text{ bleiben } 6 \\
 4 \text{ " } 9 \text{ " } 36 \text{ " } \underline{6} \text{ " } 42 \text{ " } \underline{0} \text{ " } 42, \text{ " } 4 \\
 3 \text{ " } 9 \text{ " } 27 \text{ " } \underline{4} \text{ " } 31 \text{ " } \underline{5} \text{ " } 36, \text{ " } 3.
 \end{array}$$

Ist nun so die Multiplication geschehen, so schreitet man zur bloßen Subtraction:

$$\begin{array}{l}
 3 \text{ und } \underline{1} \text{ sind } 4 \\
 \text{Nichts " } \underline{3} \text{ " } 3.
 \end{array}$$

Die unterzogenen Biffern sind wieder jene, die als Rest anzuschreiben kommen.

Beispiel.

4567 wären zu multipliciren mit 999.

Darstellung.

$$\begin{array}{r}
 4567 \times 1000 - 1 \text{ mal.} \quad 4567,000 \\
 \underline{000} \quad \quad \quad 4567 \\
 4562433 \quad \quad \quad 4562433
 \end{array}$$

Erklärung.

In diesem Beispiel multipliciren wir gleich mit vollen 1000, indem wir 3 Nullen anhängen. Die Differenz zwischen dem wirklichen und dem idealen Multiplicator beträgt aber 1, folglich müssen wir den Multiplicand 4567 einmal vom Hauptproducte 4567000 abziehen, setzen ihn jedoch nicht darunter, sondern denken ihn bloß als darunter gesetzt, ziehen den Querstrich und schreiben unter demselben bloß den Rest aus der im Geiste vollzogenen Subtraction an.

Dritter Vortheil.

Wenn eine Ziffer des Multiplicators irgend ein Mehrfaches einer andern Ziffer in seiner Reihe ist, deren Product schon gefunden wurde, so multiplicire man lieber bloß dieses Theilproduct mit jenem Mehrfachen; denn erstens wird der Multiplicand hiedurch der Arbeit näher gerückt und andernteils ergeben sich aus niedrigen Ziffern natürlich auch niedrige Theilproducte, was ebenfalls beiträgt, um die Operation annehmlicher zu machen.

Beispiel Nr. 1.

6456 wären mit 2489 zu multipliciren.

$$\begin{array}{r}
 6456 \times 2489 \\
 \hline
 12912 \times 2 \\
 25824 \times 2 \\
 51648 \\
 \hline
 16068984
 \end{array}$$

Erklärung.

Wie gewöhnlich, multipliciren wir hier zuerst mit 2, wodurch wir 12912 als Product erhalten. Nun wäre mit 4 zu multipliciren; allein da dieß das Zweifache des Vorigen ist, dessen Theilproduct wir bereits haben, so ist die bloße Multiplication dieses Theilproductes mit 2 vorzuziehen. — Gleichermassen ist 8 das Zweifache des Vorigen; weßhalb wir abermals das zweite Theilproduct mit 2 multipliciren und endlich mit 9 auf die gewöhnliche Weise vorgehen.

Beispiel Nr. 2.

9876×3692	
29628	Das erste Theilproduct aus 3 multipliciren wir
59256	wegen 6 bloß mit 2, dann eben dasselbe wegen 9
88884	mit 3, und vollziehen die Multiplication mit 2 auf
36462192	unsere bekannte Art.

Fünftes Vortheil.

Ist der Multiplicator eine Zahl, welche sich bequem in einziffrige Factoren zerlegen läßt, so thue man dieß und multiplicire dann den Multiplicand zuerst mit dem einen dieser Factoren; das hiedurch entstandene Product aber mit dem zweiten und fahre mit dieser Operation so lange fort, als Factoren aus dem Multiplicator vorhanden sind.

Beispiele.

456 ist mit 42 zu multipliciren.

Darstellung nach Vorthail Nr. 1. Darstellung nach gegenwärtigem

456×42		Vorthail.	
1824		456×6	
19152		2736×7	
		19152	

Im Vorstehenden ist das Beispiel zuerst nach dem **ersten** Vorthail ausgearbeitet. Da aber der Multiplicator 42 zugleich eine Zahl ist,

die sich bequem in die einziffrigen Factoren: 6 und 7 zerlegen läßt, indem 6 mal 7, 42 sind, so multipliciren wir zuerst den Multiplificand mit 6 und das hieraus entspringende Theilproduct 2736 mit 7, wodurch wir 19152 zum Hauptproducte erhalten und eine Addition der Theilproducte erspart haben.

789 ist mit 63 zu multipliciren.

Darstellung im Sinne unseres ersten Vortheils.

$$\begin{array}{r} 789 \times 7 \\ \hline 5523 \times 9 \\ \hline 49707 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 789 \times 63 \\ \hline 4734 \\ \hline 49707 \end{array}$$

Erklärung.

Der hier gegebene Multiplicator 63, läßt sich ebenfalls in zwei einziffrige Factoren: 7 und 9 auflösen, welche 63 geben. Diefemnach multipliciren wir den Multiplificand 789 zuerst mit 7 und multipliciren das dießfällige Theilproduct sodann mit 9, wodurch wir, ohne eine Addition bedürft zu haben, das Hauptproduct 49707 erhalten.

Dieser Vortheil ist von besonderem Werthe, wenn der Multiplificand eine mehrnamige Zahl ist. Wenn wir z. B. wissen wollten, was 49 Ct. kosten, wenn der Preis von 1 Ct. 72 fl. 36 fr. 3 dr. beträgt, so wird uns dieß auf gewöhnlichem Wege viel Mühe machen. Unser Vortheil aber führt dieß sehr einfach durch.

Der Preis eines Centners ist hier natürlich 49 mal zu nehmen, das heißt, mit 49 zu multipliciren; derselbe besteht aber aus den beiden einziffrigen Factoren: 7 und 7, weil 7 mal 7 = 49; wir vereinfachen daher unser Multiplicationsverfahren, indem wir den vielnamigen Multiplificand zuerst mit 7 multipliciren, das daraus entstandene Product abermals mit 7 multipliciren und so auf einfachere Weise unser Resultat erzielen.

$$\begin{array}{r} \text{fl. } 72 \quad 36 \quad 3 \times 7 \\ \hline 508 \quad 17 \quad 1 \times 7 \\ \hline \text{fl. } 3558 \quad 0 \quad 3 \end{array}$$

Zweites Beispiel.

Was betragen 36 Livres Sterling, wenn 1 Liv. Sterl. fl. 9 46 fr. 2 dr. betraget?

Wir zerlegen 36 in 6 und 6.

$$\begin{array}{r} 9 \ 46 \ 2 \times 6 \\ \hline 58 \ 39 \ 0 \times 6 \\ \hline \text{fl. } 351 \ 54 \ 0 \end{array}$$

Drittes Beispiel.

Was kosten 720 Eimer, wenn 1 Eimer fl. 55 27 fr. 1 dr. kostet?

720 wird aufgelöst in die Factoren: 8, 9 und 10, indem 8 mal 9 = 72 und dieß 10 mal = 720 ist.

Wir multipliciren den mehrnamigen Multiplicand

55 27 1 mit 8, erhalten

$$\begin{array}{r} 443 \ 38 \ 0 \text{ als Theilproduct, multipliciren dieß} \\ \text{mit} \quad \quad \quad 9 \end{array}$$

und erhalten 3992 42 0 als zweites Theilproduct, welches wir wieder mit 10 multipliciren und nachstehendes Hauptproduct fl. 39927 — — erhalten.

Zwölfter Vortheil.

Ist der Multiplicator eine, mit einem Bruche so gemischte Zahl, daß sie, verdoppelt, noch eine Einziffrige Zahl geben würde, so ist es vorzuziehen, den Multiplicand mit diesem Doppelten zu multipliciren und das Product sodann zu halbiren.

Beispiele.

736 ist mit $2 \frac{1}{2}$ zu multipliciren.

$$\begin{array}{r} 736 \times 5 \\ \hline 3680 \\ \hline 1840 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 736 \times 2 \frac{1}{2} \\ \hline 1472 \\ \hline 368 \\ \hline 1840 \end{array}$$

E r k l ä r u n g.

5 ist das Doppelte von $2\frac{1}{2}$; wir multipliciren nach obigem Vortheile den Multiplicand mit 5 und erhalten so das Product 3680, aus welchem sich durch Halbiren die Zahl 1840 ergibt.

737 ist mit $3\frac{1}{2}$ zu multipliciren.

737×7	$737 \times 3\frac{1}{2}$
5159	2211
2579 $\frac{1}{2}$	368 $\frac{1}{2}$
	2579 $\frac{1}{2}$

E r k l ä r u n g.

Das Doppelte von $3\frac{1}{2}$ ist 7. Mit dieser einziffrigen Zahl multipliciren wir den Multiplicand und halbiren das Product, was zu obigem Resultate führt.

736 # à fl. $4\frac{1}{2}$

$$\begin{array}{r}
 736 \times 9 \\
 \hline
 6624 \\
 \hline
 3312
 \end{array}$$

Da 9 das Doppelte von $4\frac{1}{2}$ ist, so nehmen wir diese Ziffer als Multiplicator und gehen in obenbemeldeter Weise vor.



Von der Division.



Die Zahl, welche dividirt werden soll, heißt: Dividend.

Jene, mit welcher zu dividiren ist: Divisor.

Das Resultat der Division heißt: Quotient.

Das Divisionszeichen ist entweder ein Doppelpunct (:), oder die Einschließung des Dividends zwischen 2 Striche $\mid \mid$.

Man kann den Divisor nach dem Dividend setzen, ihn mit einem Querstich unterziehen und den sich ergebenden Quotienten darunter setzen; oder auch: den Divisor vor dem Dividend aufstellen und diesem den Quotient anhängen. Unserer Seits wollen wir die letzte Uebung befolgen.

Erster Vortheil.

Man setze das Product, welches aus der Multiplication einer Ziffer des Quotienten mit dem Divisor entsteht, um den Rest zu finden, nicht eigens unter die dividirte Zahl, sondern ziehe gleich, während des Multiplicirens, ab, und setze bloß den Rest an.

Erstes Beispiel.

Ausarbeitung mit besonderer Aufstellung des jedesmaligen Theilproductes aus der Multiplication jeder Ziffer des Quotienten mit dem Divisor.

$$542 : 472624 \mid 872$$

$$\begin{array}{r} + 4336 \\ \hline \end{array}$$

$$3902$$

$$\begin{array}{r} + 3794 \\ \hline \end{array}$$

$$1084$$

$$\begin{array}{r} + 1084 \\ \hline \end{array}$$

Abgekürzte Methode nach obigem Vortheil.

$$542 : 472624 \mid 872$$

$$3902$$

$$1084$$

$$000$$

Die mit Kreuzchen bezeichneten Posten sind in dieser Form erspart.

Erklärung.

Der dreiziffrige Divisor bedöhtigt in unserem Dividend 4 Stellen, somit die 4726 als ersten Theildividend, in welchem er 8 mal enthalten ist. Anstatt nun das Theilproduct aus der Multiplication von 8 mit 542, separat darunter zu stellen, wird gleich, während man selbes bildet, zu dem Theilproduct einer jeden Ziffer im Geiste soviel beigelegt, damit die entsprechende Ziffer des Dividends erreicht wird und nur das Abgehende als Rest angesetzt. Hiernach sagen wir im obigen Beispiele:

	542 in 4726	geht 8 mal (2 mal 8 sind 16
und	0	sind 16, bleibt 1.
		4 mal 8 sind 32 und 1 sind 33
und	9	sind 42; bleibt 4.
		5 mal 8 sind 40 und 4 sind 44
und	3	sind 47.

Zu diesem Reste 390 kommt nun aus dem Totaldividend die Ziffer

2 herab, wodurch wir 3902 als nächsten Theildividend erhalten. Mit diesem fahren wir sodann in der Division weiter fort, wie folgt:

542 in 3902 geht 7 mal. (2 mal 7 sind 14
und 8 sind 22, bleiben 2.
4 mal 7 sind 28 und 2 sind 30
und 0 sind 30, bleiben 3.
5 mal 7 sind 35 und 3 sind 38
und 1 sind 39.

Zu diesem Reste 108 setzen wir aus dem ganzen Dividend wieder die Ziffer 4 herunter und erhalten als letzten Theildividend 1084, dessen Division mit 542 wir, wie folgt, vollenden:

542 in 1084 geht 2 mal. (2 mal 2 sind 4
und 0 sind 4.
2 mal 4 sind 8
und 0 sind 8.
2 mal 5 sind 10
und 0 sind 10, womit die Division sich beehrt. —

Zweites Beispiel.

123 sind in 561987 zu dividiren.

Auf gewöhnliche Art.

123 : 561987 | 4569

```

+ 492
-----
    699
+ 615
-----
    848
+ 738
-----
    1107
+ 1107
-----
    0000

```

Auf abgekürzte Art.

123 : 561987 | 4569

```

699
848
1107
000

```

Zweiter Vorthheil.

Hat der Divisor zur Rechten Nullen, so läßt man diese, indem man sie mittelst eines Halbringens abschneidet, für's Erste weg; dafür müssen aber auch im Dividend eben so viele Ziffern rechts abgeschnitten werden, und nur die nachgebliebenen Ziffern werden in die Division einbezogen. Ist diese hernach wirklich geschehen, so kommen die abgeschnittenen Ziffern des Dividends herab und bilden entweder in Verbindung mit den Ziffern, denen sie angefügt werden mußten, oder, wenn keine geblieben sind, für sich allein, den Zähler eines gemeinen Bruches, dessen Nenner aus dem ganzen Divisor besteht. Z.B.

Es ist 1500 in 672345 zu dividiren.

$$15(00 : 6723(45 | 448$$

72

123

3,45

15 00

Erklärung.

In diesem Beispiele hat der Divisor 2 Nullen, die wir abschneiden, das heißt, ganz unbeachtet lassen. Hierfür müssen aber auch im Dividend die beiden letzten Ziffern (45) abgeschnitten werden, so daß also nurmehr

15 in 6723 zu dividiren bleiben. Dieß geschieht in der gewöhnlichen Weise, wie folgt:

15 in 67 geht 4 mal, 4 mal 15 sind 60, bleibt 7; kommt die 2 herab;

15 " 72 " 4 " 4 " 15 " 60, bleiben 12; 3 herab;

15 " 123 " 8 " 8 " 15 " 120, bleiben 3. An diese 3 hängt man die abgeschnittenen 45 und dieser Rest bildet dann den gemeinen

Bruch $\frac{345}{1500}$, wenn obigem Zähler der ganze ungefügte Divisor 1500 als Nenner unterstellt wird.

Dritter Vorthheil.

Wenn der Divisor sich bequem in einziffrige Factoren nach dem Einmaleins zerlegen läßt, so thue man dieß; dann dividire man zuerst durch den einen Factor, den hiedurch erzielten Quotienten wieder durch den andern u. s. f. In dem angegebenen Falle, das heißt, wenn der Divisor einziffrig ist, setze man aber die Quotienten nicht neben den Dividend, sondern unter denselben, nachdem man ihn mit einem Strich unterzogen. Die Division mit dem letzten Factor gibt den definitiven Quotienten.

Erstes Beispiel.

63 ist in 28728 zu dividiren.

Um den Unterschied der Behandlungsweise zu zeigen, wollen wir vorerst die Division vollführen, indem wir den Divisor ganz belassen.

63 in 28728 | 456

352

378

00

Ausarbeitung im Sinne unseres oben angegebenen Vorthheils.

$$63 = 7 \times 9.$$

28728

7 : 4104

9 : 456

Erklärung.

Der Divisor 63 läßt sich nämlich bequem in 7 und 9 zerlegen, weil $7 \text{ mal } 9 = 63$ ist. Wir unterziehen daher unseren Dividend mit einem Strich und dividiren ihn anfänglich mit 7 (woraus 4104 als Theilquotient entsteht.) dann unterziehen wir diesen und dividiren ihn mit 9, wodurch wir den definitiven Quotienten 456 erhalten.

Zweites Beispiel.

3318336 sind durch 336 zu dividiren.

336 läßt sich in 3 einziffrige Factoren: 6, 7, 8 zerlegen, weil $6 \times 7 = 42 \times 8 = 336$ ist. Wir dividiren deßhalb

die 3318336 durch 6,

erhalten $\overline{553056}$ als ersten Theilquotienten, unterziehen diesen, dividiren ihn mit 7,

erhalten 79008 als zweiten Theilquotienten, fahren dann in der Division mit 8 fort, und

erhalten $\overline{9876}$ als definitiven Quotienten.

* * *

Theoretisch treten die Vorzüge dieses Vorthells weniger heraus; allein seine practische Möglichkeit zeigt sich ganz besonders in der wälschen Practik, wenn der Dividend mehrnamig ist.

Hier müssen wir auch noch des Falles erwähnen, wenn bei den Theildivisionen Reste geblieben sind; denn hinsichtlich ihrer ist, um den definitiven Rest zu bestimmen, ein eigenes Verfahren nothwendig.

Den letzten gebliebenen Rest multiplicirt man nämlich mit dem vorletzten Theildivisor, zu dessen Product man den vorhergehenden Rest hinzuzählt. Die hieraus gebildete Summe multiplicirt man dann wieder mit dem vorhergehenden früheren Divisor, zählt dann auch wieder den vorhergehenden Rest ein und fährt auf solche Weise so lange fort, als sich noch ein früherer Divisor findet. 3. B.

42 ist in 470177 zu dividiren. $42 = 6 \times 7$

$$6 : \quad 78362 \quad 5$$

$$7 : \quad 11194 \quad 4 = 11194 \quad 29/42$$

Erklärung in Bezug auf den Rest.

4 ist die letzte, übrig gebliebene Ziffer; diese multipliciren wir mit dem vorletzten Divisor 6, was 24 gibt; hiezu zählen wir

den vorletzten Rest 5, was 29 macht; dieß, da kein weiterer Divisor mehr vorausgeht, ist der Zähler des Bruches, in welchem der ganze ursprüngliche Divisor 42 als Nenner erscheint.

Drittes Beispiel.

336 ist in 5678901 zu dividiren.

$$336 = 6 \times 7 = 42 \times 8 = 336$$

$$6 : 946483 \quad 3$$

$$7 : 135211 \quad 6$$

$$8 : 16901 \quad 3 = 16901 \frac{165}{336}$$

Die letzte Restziffer 3 multipliciren wir mit dem vorletzten Divisor 7, gibt 21, hiezu zählen wir den vorletzten Rest 6, gibt 27. Dieses Product multipliciren wir wieder mit dem, der 7 vorausgegangenen, Divisor 6, gibt 162, hiezu abermals den vorausgegangenen Rest 3 gezählt, gibt 165 als Zähler, wozu der ursprüngliche Divisor 336 als Nenner kommt.

Vorthelle,

wenn die Divisoren die Zahlen 5, 25, 125 sind.

Dieselben Vorthelle, welche diese Zahlen bei der Multiplication als Multiplicatoren bieten, gewähren sie auch bei der Division als Divisoren; nur, wie es sich von selbst versteht, in ganz entgegengesetzter Verfahrungsweise. —

Es wird daher eine Zahl vortheilhaft mit 5 dividirt, wenn man den Dividend mit 2 multiplicirt und das Product mit 10 dividirt.

Beispiele.

457 wäre durch 5 zu dividiren.

Darstellung.

$$457 \times 2$$

$$1(0 : 91(4 = 91 \frac{4}{10}$$

529 ist durch 5 zu dividiren.

$$529 \times 2$$

$$1(0 : 105(8 = 105 \frac{8}{10}.$$

Anmerkung.

Hat der Dividend rechts Nullen, so macht man besser die Division mit 10 zuerst, das heißt, man läßt gleich eine Null aus der Rechnung weg und die Multiplication folgen.

Beispiel.

2280 wäre durch 5 zu dividiren.

Darstellung.

$$\begin{array}{r} 228 \times 2 \\ \hline 456 \end{array}$$

Mit 25

wird eine Zahl vortheilhaft dividirt, wenn man den Dividend mit 4 multiplicirt und das Product durch 100 dividirt.

Beispiele.

457 wäre durch 25 zu dividiren.	529 ist durch 25 zu dividiren.
Darstellung.	Darstellung.
$\begin{array}{r} 457 \times 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 529 \times 4 \\ \hline \end{array}$
1(00 : 18(28 = 18 28/100	1(00 : 21(16 = 21 16/100

Anmerkung.

Hat der Dividend rechts Nullen, so macht man besser die Division mit 100 zuerst, das heißt, man läßt gleich 2 Nullen aus der Rechnung weg und nimmt hierauf nur die Multiplication vor.

Beispiel.

45600 wäre durch 25 zu dividiren.

Darstellung.

$$\begin{array}{r} 456 \times 4 \\ \hline 1824 = 1824 \end{array}$$

Mit 125

wird eine Zahl vorthellhaft dividirt, wenn man den Dividend mit 8 multiplicirt und das hieraus entstandene Product durch 1000 dividirt.

Beispiel.

4567 wäre durch 125 zu dividiren.

Darstellung.

$$\begin{array}{r} 4567 \times 8 \\ \hline 1000 \quad 36536 = 36 \frac{536}{1000} \end{array}$$

Anmerkung.

Hat der Dividend zur Rechten hinlänglich Nullen, so mache man wieder die Division mit 1000 durch sogleiche Weglassung von 3 Nullen zuerst und lasse die Multiplication der übrigen Ziffer folgen.

Beispiel.

6705000 wäre durch 125 zu dividiren.

Darstellung.

$$\begin{array}{r} 6705 \times 8 \\ \hline 53640 = 53640 \end{array}$$

Art und Weise,

jede Division, beim Uebergange von Gulden auf Kreuzer, und von diesen auf Pfennige, ohne Unterbrechung und auf einmal aus dem Kopfe auszuführen.

Nehmen wir zur Erklärung als Beispiel an:

fl. 159 20 fr. wären durch 4 zu dividiren. Wir sagen:

4 in 15 geht 3 mal, bleiben 3

4 " 39 " 9 " " wieder 3. — Hätte der Dividend keine Kreuzer bei sich, so würden wir den Rest von 3 in Verbindung

mit dem Divisor 4, gleich als $3\frac{1}{4}$ fl. oder 45 fr. ansehen können. Allein dieser Dividend hat außer den Gulden auch noch 20 Kreuzer, welche ebenfalls durch 4 zu dividiren sind und 5 Kreuzer als Quotient geben, so daß also 50 fr. angeschrieben werden müssen. Um aber dasselbe Resultat in ununterbrochener Division zu erreichen, merke man sich Folgendes:

Bleibt beim Subtrahiren von der, in der Stelle der Einheit stehenden Gulden-Ziffer (hier von 9) ein Rest (hier 3) und sind auch noch Kreuzer zu dividiren (hier 20), so multiplicirt man die Rest-Ziffer in Gedanken mit 6 (aus der Auflösungszahl 60), wodurch sich hier das Product 18 ergibt; zu diesem Producte addirt man die, an der Stelle der **Zehner** befindliche Kreuzer-Ziffer (hier 2) und erhält also (2 und 18) 20. — Diese Kreuzer-Summe dividirt man ebenfalls mit dem Divisor, wie hier: 4 in 20 geht 5 mal. Diese Quotienten-Ziffer bildet die Zehner der Kreuzer, wornach endlich die in der Stelle der Einheit stehende Kreuzer-Ziffer zur Division an die Reihe kommt, welche in unserem Falle, da sie eine Null ist, auch im Quotienten mit einer solchen ausgefüllt wird.

Bleibt ferner, beim Subtrahiren von der in der Stelle der Einheit befindlichen Kreuzer-Ziffer wieder ein Rest, und der Dividend hätte auch noch Pfennige, welche ebenfalls zu dividiren blieben, so multiplicirt man den Kreuzer-Rest im Kopfe mit 4 (weil 1 Kreuzer = 4 Pfennig ist) und zählt die Pfennige des Dividends dazu. — Die hiernach entfallende Summe wird nun wieder durch den ursprünglichen Divisor dividirt und der Quotient sind die Pfennige.

* * *

Da solche Divisionen vielnamiger Zahlen in der wälschen Praktik alle Augenblicke vorkommen, so ist es wesentlich, in denselben sich

die höchst mögliche Gewandtheit anzueignen. — Zur Uebung wollen wir also noch einige dergleichen Beispiele durchführen und die ganze Rechnungs-Operation Schritt für Schritt erörtern.

Wir wollen 569 fl. 29 fr. 3 dr. durch 3 theilen.

$$3 : 189 \quad 49 \quad 3 \frac{2}{3}$$

Dies ergibt sich aus Nachstehendem:

3 in 5 geht 1 mal, bleiben 2

3 " 26 " 8 " " 2

3 " 29 " 9 " " 2

Hätte der Dividend nicht selbst Kreuzer (29) so wäre die Division mit $\frac{2}{3}$ fl. oder 40 fr. abgethan; allein jene 29 sind ebenfalls zu dividiren. Man multiplicirt daher den Rest 2 in Gedanken mit 6 und nimmt zu dem Producte 12 die in der Zehnerstelle befindliche Ziffer 2 dazu, wodurch man 14 erhält. Hierauf fährt man mit der Division durch 3 fort, wie folgt:

3 in 14 geht 4 mal, bleiben 2; an diesen letzteren Rest setzt man die in der Einheitsstelle stehende Kreuzer-Ziffer 9 an, erhält 29, dividirt selbe weiter durch 3 (3 in 29 geht 9 mal, bleiben 2.) Befänden sich nun im Dividend nicht auch noch Pfennige, so gäbe jener Rest, mit dem Divisor 3 verbunden, $\frac{2}{3}$ Kreuzer; allein der Dividend hat auch noch Pfennige, welche ebenfalls zu theilen sind; deßhalb multiplicirt man die übrig gebliebenen Kreuzer mit 4, erhält 8, rechnet die 3 Pfennige des Dividends dazu, bekommt 11, dividirt diese gleichfalls mit 3 und erhält obige $3 \frac{2}{3}$, somit durch ununterbrochene Division den Quotienten 189 fl. 49 fr. $3 \frac{2}{3}$ dr.

Zweites Beispiel dieser Art.

784 fl. 38 fr. 2 dr. sind durch 6 zu dividiren.

$$\begin{array}{r} 784 \quad 38 \quad 2 \\ \hline 6 : 130 \quad 46 \quad 1 \frac{4}{6} \end{array}$$

Gang der Ausarbeitung.

6 in 7 geht 1 mal, bleibt 1
 6 " 18 " 3 " " nichts
 6 " 4 " 0 " " 4. Diese 4 in Gedanken mit 6 multiplicirt, gibt 24 und jene 3 der Kreuzerzahl hinzugefügt, welche in der Stelle der Zehner steht, gibt 27; nun fährt man in der Division mit 6 fort. 6 in 27 geht 4 mal, bleiben 3; diesen nun die 8 daneben angereicht, gibt 38 und diese durch 6 dividirt, geht 6 mal, bleiben 2. Da im Dividend selbst auch noch Pfennige zu theilen sind, so multiplicirt man den Kreuzer-Rest 2 im Kopf mit 4 und fügt die 2 hinzu, wodurch man 10 erhält. Diese durch 6 dividirt, gibt noch $1 \frac{4}{6}$ dr. Im Ganzen also jenes Resultat von 130 fl. 46 fr. $1 \frac{4}{6}$ dr.

Drittes Beispiel dieser Art.

849 fl. 8 fr. sind durch 7 zu dividiren.

$$\begin{array}{r} 849 \quad 8 \\ \hline 7 : 121 \quad 18 \quad 1 \frac{1}{7} \end{array}$$

Erklärung.

7 in 8 geht 1 mal, bleibt 1
 7 " 14 " 2 " " nichts
 7 " 9 " 1 " " 2.

Diese gebliebene 2 wird in Gedanken mit 6 multiplicirt, was

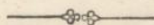
12 gibt. Da aber diesmal der Dividend keine Kreuzer in der Stelle der **Zehner** hat, so schreitet man gleich in der Division weiter, indem man sagt:

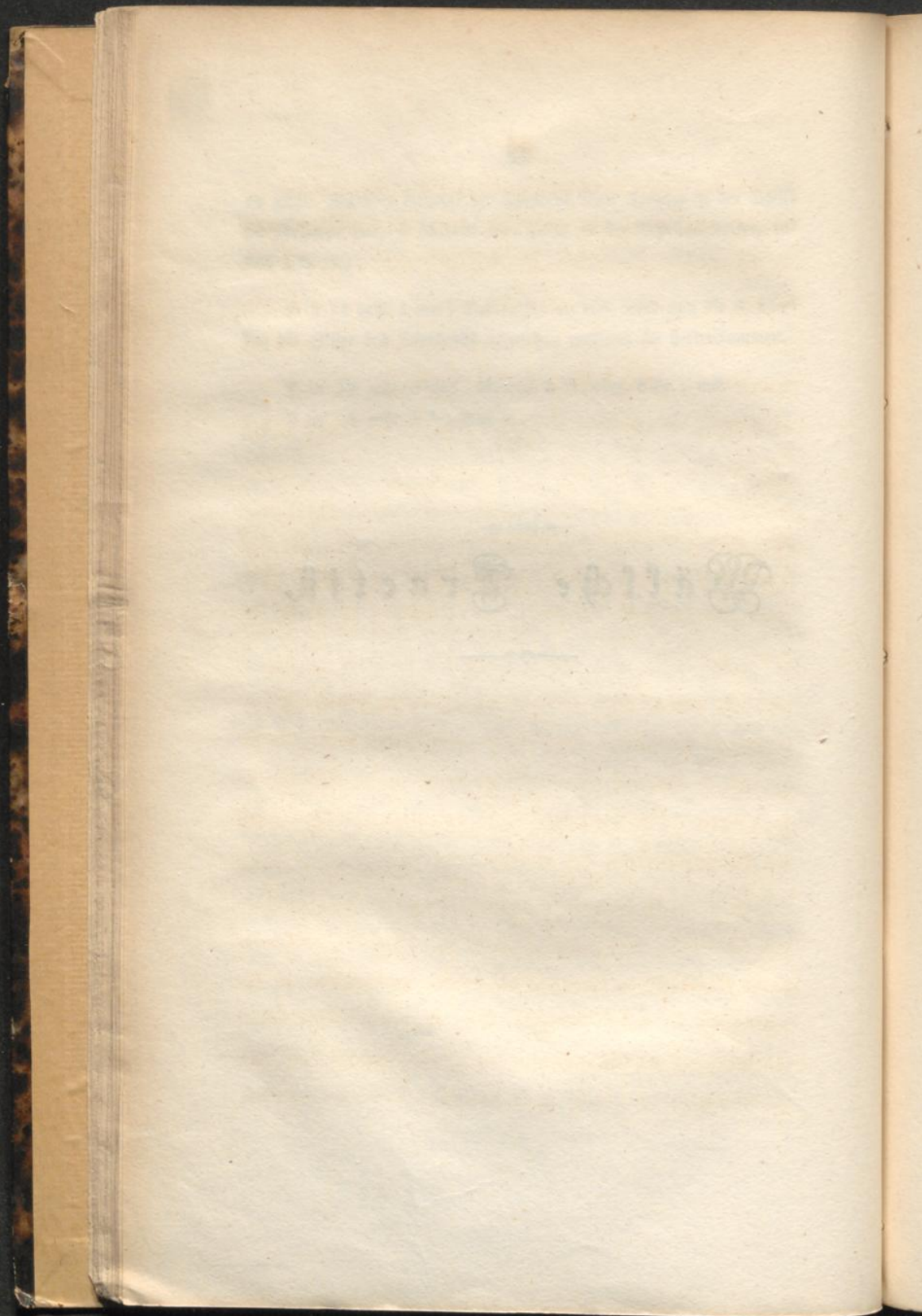
7 in 12 geht 1 mal; bleiben 5; an diese wird nun die 8, nämlich die Ziffer des Dividends angesetzt, wodurch 58 hervorkommen.

7 in 58 geht 8 mal, bleiben 2 kr. oder 8 dr., und

7 in 8 geht $1\frac{1}{7}$ mal.

Wälsche Practik.





E i n l e i t u n g.

Die Rechnungswissenschaft zerfällt in viele Zweige, von denen aber keiner im practischen Verkehe eine so wichtige und dankbare Rolle spielt, als das unter dem Namen der „**wälschen Practik**“ bekannte Verfahren.

Wie schon der Name zeigt, hat die „**wälsche Practik**“ ihren Ursprung den Italienern oder Wälschen zu verdanken, welche bekanntlich einst die Kaufleute *par excellence* waren und die Handelskunde durch mancherlei Erfindungen, als: die **doppelte Buchhaltung**, den **Wechselbrief** u. dgl. bereicherten. —

Man versteht unter der **wälschen Practik** den Inbegriff gewisser Vortheile, durch welche, gegenüber von den gewöhnlichen Rechnungs-Methoden, an Vereinfachung, daher Schnelligkeit und Annehmlichkeit der Arbeit gewonnen wird. Dieses ist namentlich für den Kaufmann von hohem Werthe; denn, wenn wir das ganze Heer von Rechnungen aufführen, welche dieser in das Bereich seiner tägli-

chen Vorfällenheiten zu ziehen hat, als: die Interessen-, Diskont-, Münzen-, Wechsel-Rechnung, die Berechnung der Waaren, Spefen u. f. w., so stellt sich eine solche Summe von Arbeit dar, daß sie eben so anstrengend als ermüdend werden und jede Ersparung im höchsten Grade willkommen seyn muß.

Eine solche nun bietet die **wälsche Practik**, welche deßhalb keinem practischen Rechner fremd bleiben sollte. Dennoch ist die wälsche Practik, wie mich vieljährige Erfahrung lehrt, mit Ausnahme einiger wenigen Rechnungsvortheile, bei weitem nicht so allgemein bekannt, als es ihre großen Vorzüge verdienen, ungeachtet sie in den verbreitetsten und schätzbarsten Rechenbüchern, in jenem eines Beskiba, Petter u. A. enthalten ist.

Die wälsche Practik beschäftigt sich eigentlich mit der Multiplikation mehrnamiger Zahlen. —

Mehrnamig nennt man jene Zahlen, deren Einheit mehrere ungleichmäßige Unterbenennungen hat, als:

1 Centner hat 100 Pfund, 1 Pfund 32 Loth, 1 Loth 4 Quintchen.

1 Gulden hat 60 Kreuzer, 1 Kreuzer 4 Pfennige.

Diese Unterbenennungen sind nichts als Bruchtheile ihrer höhern Benennung, unterscheiden sich aber von gewöhnlichen Brüchen dadurch, daß, während letztere den Nenner mit Ziffern ausdrücken, jene ihn mit einer bestimmten Benennung bezeichnen, welche geschrieben wird.

Sie ist eine Rechnungs-Methode, welche, wie schon bemerkt, mittelst vereinfachender Combinationen, die Multiplication mehrnamiger oder mit einem Bruche gemischter Zahlen leichter, daher schneller vollführt als dieß auf die gewöhnliche Weise, nämlich durch Reduction geschehen würde. — Indem sie solchergestalt zwar eine erhöhte Geistesthätigkeit in Anspruch nimmt, vermehrt sie jedoch auch die Annehmlichkeit der Operation, wie ein kleines Beispiel anschaulich machen wird.

Was betragen 4 Pfd., 8 Lth., wenn 1 Pfd. 3 fl. 30 fr. kostet?

Im Wege der Reduction müßten, um die Frage zu beantworten, obige 4 Pf. mittelst der Multiplication mit 32 auf Lothe gebracht werden, welche, in Verbindung mit den schon gegebenen 8 Lothen, 136 geben. Ebenso müssen wir die 3 fl. auf Kreuzer bringen, woraus wir, in Verbindung mit den gegebenen 30, die Zahl 210 erhalten. Multiplicirt man diese beiden Zahlen, vorbehaltlich einer Abkürzung, mit einander, so geben sie den Dividend; gleichwie das Product aus der Multiplication beider Auflösesezahlen 32 und 60 den Divisor gibt. Der Quotient ist das, was gesucht wurde.

Leicht gewahrt man aus Vorstehendem, welch' ein schleppendes Verfahren auf diesem Wege die Multiplication mehrnamiger Zahlen erfordere; allein der Denkende bedarf desselben auch nicht, indem er durch Schlüsse und Folgerungen die Rechnung theilweise vornimmt, und so das Ziel sowohl angenehmer als schneller erreicht, wie z. B.

4 ganze Pfunde zu 3 ganzen Gulden betragen 12 fl.; allein jedes Pfund kostet noch überdieß 30 kr. oder einen halben Gulden; folglich werden 4 Pf. zu 4 halben Gulden außer Obigem noch 2 fl. betragen. Wir haben aber noch 8 Lothe zu berechnen, welche, da das Pfund 32 Loth hat, $\frac{1}{4}$ Pfd. ausmachen. Da nun das ganze Pfund 3 fl. 30 kr. kostet, so wird $\frac{1}{4}$ 52 kr. 2 Pfennige betragen, welche zu Obigem eingerechnet, das gesuchte Resultat darstellen.

Nach dem Vorgesagten besteht also das Wesen der wälschen Practik vorzugsweise darin, die Multiplication mehrnamiger Zahlen oder Brüche in eine Division zu verwandeln und mit Hilfe derselben, durch bloße vergleichsweise Beurtheilung, eine Größe zu finden, die ein aliquoter Theil einer andern schon gegebenen oder gefundenen ist. — Die Größe für diesen aliquoten Theil nun, ist entweder schon an und für sich das Gesuchte oder es muß mit ihr, Behufs der Erreichung des gesuchten Resultates, noch ein weiteres Rechnungsverfahren vorgenommen werden, das heißt, es muß öfters erst noch mit einer andern Größe oder mit mehreren Größen in Verbindung gesetzt werden, oder man muß auch wohl von einer andern abziehen.

Diese verschiedenen Fälle der Combination, wie sie uns von ältern Practikern überliefert oder in späterer Zeit ausgedacht worden sind, in ihrer Anwendung darzustellen, ist der Zweck gegenwärtiger Schrift, welche wir in 12 Abschnitte oder Vorthelle eintheilen wollen.

Vorerst fragt es sich aber noch, was ist ein aliquoter Theil?

Ein solcher ist jene Zahl, welche in einer andern ganz vollständig, das ist, ohne Rest enthalten ist. So nennen wir 4 einen aliquoten Theil von 8, weil es darin 2 mal ohne Rest enthalten ist. — Eben so erscheint 15 kr. als aliquoter Theil eines Guldens, weil 1 fl. 60 kr. hat, und 15 darin genau 4 mal enthalten ist. Gleichermäßen sind $\frac{2}{8}$ ein aliquoter Theil von $\frac{8}{8}$, weil sie genau 4 mal darin enthalten sind.

Ist der Divisor ein Bruch, der Dividend hingegen eine ganze Zahl, so muß, damit bestimmt werden könne: ob der Erstere ein aliquoter Theil des Letzteren sei, die ganze Zahl des Dividenten in die Benennung des Nenners des Divisors dargestellt werden, worauf dann mit dem Zähler des Divisors in jenen des Dividenten dividirt wird. So z. B., um zu bestimmen, ob $\frac{3}{4}$ ein aliquoter Theil von 6 Ganzen sei, müssen letztere als Viertel dargestellt werden, geben als solche 24 und zeigen, daß, da 3 in 24 ohne Rest 8 mal enthalten ist, $\frac{3}{4}$ wirklich ein aliquoter Theil von 6 Ganzen sei.

Früge sich's z. B. ob $\frac{3}{8}$ ein aliquoter Theil von 6 Ganzen sei, so findet man dieß auf nachstehende Art: 6 Ganze geben als Achtel $48/8$. Da nun 3 in 48 genau 16 mal enthalten ist, so sind auch $\frac{3}{8}$ ein aliquoter Theil davon. Hingegen sind $\frac{3}{8}$ von 5 Ganzen kein aliquoter Theil, weil 5 Ganze als Achtel, 40 geben und keine zweite ganze Zahl zu finden ist, mit welcher 3 multiplicirt, 40 als Product gäbe.

Ist aber auch eine Zahl, an und für sich, kein aliquoter Theil einer andern, so läßt sie sich doch immer in solche aliquote Theile auflösen. $\frac{3}{8}$ z. B. sind, wie eben gezeigt worden, kein aliquoter Theil von 5 Ganzen; indessen wir selbe in $\frac{2}{8}$ und $\frac{1}{8}$ verwandeln, deren jedes ein aliquoter Theil des Ganzen ist; denn $\frac{2}{8}$ sind ein aliquoter Theil von $\frac{40}{8}$ und $\frac{1}{8}$ ist eben sowohl ein aliquoter Theil davon als von $\frac{2}{8}$. — Dieses Auflösen in kleinere aliquote Theile nennt man **Zerfällen** oder **Zerlegen**.

Für diese Zerfällung ist zu bemerken, daß, zum Behufe der Arbeit, jener Bruch, der nicht schon 1 zum Zähler hat, so abgekürzt werden muß, daß er selbes zum Zähler erhält; es muß also $\frac{4}{8}$ auf $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{8}$ auf $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{6}$ auf $\frac{1}{3}$ u. s. w. reducirt werden.

Ist also der Divisor ein **aliquoter** Theil seines Dividenten, so ist die Ziffer des Quotienten der Nenner eines gemeinen Bruches, dessen Zähler stets 1 ist.

4 ist in 8, 2 mal enthalten, folglich ist 4 von 8 $\frac{1}{2}$.

15 Kr. ist in 60, 4 mal enthalten, folglich ist 15 Kr. von 1 fl., $\frac{1}{4}$

$\frac{2}{8}$ ist in $\frac{8}{8}$, 4 mal enthalten, folglich ist $\frac{2}{8}$ von $\frac{8}{8}$, $\frac{1}{4}$.

$\frac{3}{8}$ ist in 6 Ganzen 16 mal enthalten, folglich ist $\frac{3}{8}$ von 6 Ganzen $\frac{1}{16}$, u. s. w.



Da wir unsere Beispiele vorerst auf das hierländige Geld anwenden, so stellen wir die Tafel der gewöhnlichsten aliquoten Theile eines **Guldens** hier auf, welche natürlich dem Gedächtnisse eingeprägt werden müssen.

Kr.	fl.	Kr.	fl.
30	= $1/2$	5	= $1/12$
20	= $1/3$	4	= $1/15$
15	= $1/4$	3 $\frac{3}{4}$	= $1/16$
12	= $1/5$	3	= $1/20$
10	= $1/6$	2	= $1/30$
7 $\frac{1}{2}$	= $1/8$	1	= $1/60$
6	= $1/10$		

Erster Vortheil.

Wenn der Preis der Einheit in so viel Kreuzern gegeben ist, daß ihre Zahl einen aliquoten Theil eines Guldens ausmacht, so dividirt man die Menge, deren Werth gesucht wird, durch die Zahl, welche ausdrückt, der wievielte Theil eines Guldens der Preis der Einheit sei. Der Quotient stellt das Gesuchte dar.

Beispiele.

1.

Wie viel Gulden u. f. w. betragen 872 Pfunde zu 30 Kreuzer?

$$\begin{array}{r}
 30 \text{ fr.} = 1/2 \quad \frac{872}{\text{fl. } 436 -}
 \end{array}$$

Erklärung des Ganges dieser Ausarbeitung.

872 Pfunde zu 1 fl. jedes, würden natürlich 872 fl. betragen. 30 fr. aber (der gegebene Preis eines Pfundes) sind ein aliquoter Theil, nämlich die Hälfte eines Guldens, da 30 fr. 2 mal genommen, 60 fr., das ist 1 fl. geben. Wir brauchen daher die Quantität 872 Pf. nur durch 2 zu dividiren oder zu halbiren, *) wie folgt:

Halb 8 sind 4;

Halb 7 " 3, bleibt 1;

Halb 12 " 6; somit ergibt sich als Antwort auf die Frage des Beispiels, der Quotient 436 fl. —

2.

Wie viel Gulden u. s. w. betragen 4562 öster. Lire zu 20 fr.?

$$20 \text{ fr.} = \frac{1}{3} \text{ fl.} \quad \frac{4562}{1520 \text{ fl.}} = 40 \text{ fr.}$$

Erklärung des Ganges dieser Ausarbeitung.

20 fr. sind ein aliquoter Guldentheil, nämlich $\frac{1}{3}$, somit dividiren wir obige 4562 Lire durch 3, wie folgt:

3 in 4 geht 1 mal, bleibt 1;

3 " 15 " 5 "

3 " 6 " 2 "

3 " 2 " 0 " , bleiben 2. Diese 2 sind der Zähler und der Divisor 3 dessen Nenner, welche zusammen den gemeinen Bruch von $\frac{2}{3}$ fl. oder 40 fr. bilden, somit 1520 fl. 40 fr.

*) Das Halbiren stellt sich angenehmer heraus, als das förmliche Dividiren durch 2.

3.

Wie viel Gulden u. f. w. betragen 2462 Ellen zu 15 fr. ?

$$15 \text{ fr.} = \frac{1}{4} \text{ fl.} \quad \frac{2462}{615 \text{ fl. } 30 \text{ fr.}}$$

Erklärung des Ganges dieser Ausarbeitung.

15 fr. sind wieder ein aliquoter Guldentheil, nämlich $\frac{1}{4}$; so mit dividiren wir die Zahl der Ellen 2462 durch 4, wie folgt:

4 in 24 geht 6 mal;
 4 " 6 " 1 " bleiben 2;
 4 " 22 " 5 " " 2, welche als Zähler mit dem Nenner den gemeinen Bruch von $\frac{2}{4}$ fl., oder 30 fr. geben, somit 615 fl. 30 fr.

4.

Was betragen 754 Pfunde zu 10 fr.

$$10 \text{ fr.} = \frac{1}{6} \text{ fl.} \quad \frac{754}{125 \text{ fl. } 40 \text{ fr.}}$$

Erklärung des Ganges dieser Ausarbeitung.

10 fr. als aliquoter Theil eines Guldens, nämlich $\frac{1}{6}$, dient zum Divisor obiger Menge, wie folgt:

6 in 7 geht 1 mal, bleibt 1;
 6 " 15 " 2 " " 3;
 6 " 34 " 5 " " 4, woraus sich der Bruch von $\frac{4}{6}$ fl. oder 40 fr. ergibt.

5.

Wie viel fl. u. s. w. betragen 745 Ellen zu 6 fr.

$$6 \text{ fr.} = \frac{1}{10} \text{ fl.} \quad \begin{array}{r} 745 \\ \hline 74 \text{ fl. } 30 \text{ fr.} \end{array}$$

Erklärung des Ganges dieser Ausarbeitung.

6 fr. sind ein aliquoter Theil, nämlich $\frac{1}{10}$ eines Guldens, somit haben wir aus 745 den 10ten Theil zu suchen. Dieß geschieht, indem wir, wegen der Null in 10, ganz einfach die in der Stelle der Einheit stehende Ziffer des Dividenten (also die 5) abstreichen, wodurch 74 im Divident übrig bleiben und die Zahl der Gulden aus obiger Summe darstellen. Die abgeschnittene Ziffer 5 aber mit dem Divisor 10 gibt $\frac{5}{10}$ fl. oder 30 fr.

6.

Wie viel Gulden und Kreuzer gehen 478 Pfund zu 5 fr.

Division durch 12.	Division durch 12, mittelst der Factoren 3 und 4.
$5 \text{ fr.} = \frac{1}{12} \text{ fl.}$ $\begin{array}{r} 478 \\ \hline 39 \text{ fl. } 50 \text{ fr.} \end{array}$	$12 = 3 \times 4 \quad \begin{array}{r} 478 \\ \hline 159 \quad 20 \\ \hline 39 \quad 50 \end{array}$

Erklärung des Ganges der Ausarbeitung.

5 fr. sind ein aliquoter Gulden = Theil, das ist $\frac{1}{12}$, wornach aus 478 der 12te Theil zu ziehen, das heißt jene Zahl durch 12 zu dividiren ist, und 39 fl. 50 fr. als Quotienten gibt. —

Eine der Hauptbedingungen, sich der wälschen Practik mit Vortheil bedienen zu können, besteht in der Fertigkeit, leicht aus dem Kopfe dividiren zu können. Dieß erreicht man jedoch in der Regel

nur durch **ein**ziffrige Divisoren, wo das Kopfrechnen ganz einfach erscheint. — Um nun diese Erleichterung zu gewinnen, zerlegt man einen mehrziffrigen Divisor, wenn ein solcher vorkommt, in 2 oder mehr **ein**ziffrige, das ist, in solche Zahlen, welche mit einander multiplicirt, jenen mehrziffrigen Divisor zum Producte haben.

Das obige Beispiel bietet diesen Fall, indem 12 ein mehrziffriger Divisor ist, mit welchem nicht Jeder leicht aus dem Kopf zu dividiren versteht; denn die Division:

12 in 47 geht 3 mal, bleiben 11;

12 " 118 " 9 " " 10 u. s. w., frei aus dem Kopfe, fällt gewiß Vielen schwer; man wird demnach leichter und sicherer zu Werke gehen, wenn man den zweiziffrigen Divisor 12, in 2 einziffrige Factoren zerlegt, welche ihn zum Producte haben. Z. B. in 2 und 6 oder in 3 und 4, welche letzteren wir wählen wollen. Diesemnach sind nun 2 Divisionen zu machen, eine mit 3 und eine mit 4. Die erstere lautet, wie folgt:

3 in 4 geht 1 mal, bleibt 1;

3 " 17 " 5 " bleiben 2;

3 " 28 " 9 " bleibt 1; das ist $\frac{1}{3}$ fl. oder 20 fr.

Diesen aus 3 gefundenen Quotienten 159 fl. 20 fr., dividiren wir nun auch durch 4 und zwar:

4 in 15 geht 3 mal, bleiben 3;

4 " 39 " 9 " " 3, welche mit dem Divisor 4 einen Bruch von $\frac{3}{4}$ fl. oder 45 fr. geben. Es bleiben aber noch die Kreuzer, deren Zahl (20) ebenfalls noch durch 4 zu dividiren kommt und 5 als Quotienten gibt, welcher zu jenen 45 fr. hinzu zu rechnen ist. Der definitive Quotient aus dem Divisor 12 ist also 39 fl. 50 fr., und es muß deßhalb der frühere, für den Divisor 3 gefundene Theilquotient 159 fl. 20 fr., welcher nur zur Vereinfachung der Arbeit fingirt worden war, **durch:** oder **abgestrichen** werden.

Man ersieht daraus, daß, wenn auch bei einem **mehrziffrigen** Divisor, nach unserer Methode, zwei Divisionen mit **einfachen** Divisoren vorgenommen werden müssen, der Gewinn an Sicherheit, Leichtigkeit und Schnelligkeit, gegenüber von einer **einzig**en Division mit einem mehrziffrigen Divisor, doch für Viele überwiegend seyn dürfte.

Zweiter Vorthheil.

Wäre aber auch der **Preis** der Einheit selbst nicht, wie im vorigen Abschnitte, ein aliquoter Theil eines Guldens, sondern die **Quantität** wäre ein solcher, so bleibt doch das Verfahren dasselbe, indem man sodann den gegebenen Preis als Quantität und diese als Preis betrachtet, und aus letzterem den aliquoten Theil nimmt, welchen die gegebene Zahl der Quantität bildet.

Beispiele.

Wie viel Gulden u. s. w. betragen 15 Ellen zu 47 fr.?

$$15 \text{ fr.} = \frac{1}{4} \quad \frac{47}{11 \text{ fl. } 45 \text{ fr.}}$$

Erklärung des Ganges der Ausarbeitung.

47 fr. sind kein aliquoter Theil eines Guldens, wohl aber sind 15 fr. ein solcher. Wir verwechseln daher die beiden obigen Zahlen, indem wir uns die Zahl 47 als jene der Ellen und die angegebenen 15 Ellen als Kreuzer denken; denn es ist gleichgültig, ob man fragt: Was kosten 15 Ellen zu 47 fr. oder: Was kosten 47 Ellen zu 15 fr.? Wir ziehen somit $\frac{1}{4}$ aus 47 und erhalten die oben dargestellten 11 fl. 45 fr. als Quotient und Antwort auf die gegebene Frage.

Zweites Beispiel.

Wie viel Gulden u. s. w. betragen 20 Pfd. zu 42 fr. ?

$$20 \text{ fr.} = \frac{1}{3} \quad \frac{42}{14 \text{ fl.}}$$

Erklärung.

42 fr. ist wieder kein aliquoter Theil eines Guldens, wohl aber gäbe 20 fr. einen solchen. In unserer erleichternden Rechnungs- methode verwechseln wir demnach abermals die Zahlen, stellen uns die 42 als Pfunde und die 20 als Kreuzer vor, ziehen das Drittel aus 42 und erhalten obige 14 fl. als Quotient und Beantwortung der Frage.

Drittes Beispiel.

Wie viel Gulden u. s. w. kosten 10 Ellen zu 59 fr. ?

$$10 = \frac{1}{6} \quad \frac{59}{9 \text{ fl. } 50 \text{ fr.}}$$

Erklärung.

59 fr. ist kein aliquoter Gulden-Theil, wohl aber sind 10 fr. ein solcher, nämlich $\frac{1}{6}$. Indem wir daher die 59 als Ellen und die 10 als Kreuzer annehmen, ziehen wir $\frac{1}{6}$ aus 59 und finden obige 9 fl. 50 fr. als Antwort auf die gestellte Frage.

Anmerkung.

Der in Rede stehende zweite Vortheil findet auch dann noch Anwendung, wenn der Preis der Einheit, nebst den Kreuzern, auch noch Gulden bei sich hat.

Beispiele.

1.

Wie viel Gulden u. s. w. betragen 15 Centn. à fl. 8 47 fr.?

$$\begin{array}{r}
 15 \times 8 \\
 \hline
 120 \\
 + \frac{1}{4} \text{ aus } 47 \quad 11 \quad 45 \\
 \hline
 \text{fl. } 131 \quad 45
 \end{array}$$

Erklärung des Ganges dieser Ausarbeitung.

Vorerst müssen auf jeden Fall die 15 Cent. mit dem Preise der ganzen Gulden (8) multiplicirt werden, was 120 fl. als Product gibt. Hierauf nun tritt die Anwendung unseres Vortheils in schon bekannter Weise ein.

47 fr. ist nämlich kein aliquoter Theil eines Guldens; hingegen 15 sich als ein solcher, nämlich $\frac{1}{4}$ zeigt. Wir ziehen demnach für unseren Zweck $\frac{1}{4}$ aus 47 und setzen dessen Quotienten 11 fl. 45 fr., unter das früher erhaltene Product, wodurch sich als Gesamtergebniß 131 fl. 45 fr. darstellt.

2.

Wie viel Gulden u. s. w. betragen 10 Eimer zu 12 fl. 52 fr.?

$$\begin{array}{r}
 12 \times 10 \\
 \hline
 120 \\
 + \frac{1}{6} \text{ aus } 52 \quad 8 \quad 40 \\
 \hline
 \text{fl. } 128 \quad 40
 \end{array}$$

Erklärung des Ganges der Ausarbeitung.

10 Eimer zum runden Preise von 12 fl. per Eimer, machen 120 fl. Außerdem kostet aber jeder Eimer auch noch 52 fr., welche jedoch keinen aliquoten Theil eines Guldens ausmachen.

Da indessen 10 ein solcher Theil seyn würde, so nehmen wir die Verwechslung der Quantität mit dem Preise vor, indem wir uns die 52 als Eimer und die 10 als Kreuzer denken, ziehen dieses $\frac{1}{6}$ aus 52, und erhalten 8 fl. 40 fr., somit einen Totalbetrag von obigen 128 fl. 40 fr.

Tafel von Kreuzern,

denen nur ein aliquoter Theil zur Ergänzung eines Guldens fehlt.

Kr.	fl.	Kr.	fl.
59	= — $\frac{1}{60}$	52 $\frac{1}{2}$	= — $\frac{1}{8}$
58	= — $\frac{1}{30}$	50	= — $\frac{1}{6}$
57	= — $\frac{1}{20}$	48	= — $\frac{1}{5}$
56	= — $\frac{1}{15}$	45	= — $\frac{1}{4}$
55	= — $\frac{1}{12}$	40	= — $\frac{1}{3}$
54	= — $\frac{1}{10}$		

Dritter Vorthheil.

Ist der Preis einer Einheit so gestellt, daß ihm zur Ergänzung eines Guldens nur ein aliquoter Theil abgeht, so sucht man, was die gegebene Quantität kosten würde, wenn der abgehende aliquote Theil selbst der Preis wäre. Den auf solche Weise gefundenen Quotienten setzt man unter die Quantität, zieht ihn von derselben unter der Benennung von Gulden oder Kreuzern ab, und erhält durch den sich ergebenden Rest den gesuchten Werth der Menge.

Beispiele.

1.

Was kosten 481 Pfd. zu 40 fr.

	481	
— $\frac{1}{3}$	160	20
	fl. 320	40 fr.

Erklärung dieser Ausarbeitung.

40 fr. sind kein aliquoter Theil eines Guldens, allein zur Ergänzung eines solchen gehen nur 20 fr. ab, welche ihrerseits einen solchen aliquoten Theil, nämlich $\frac{1}{3}$ fl. ausmachen. Zu 1 fl. das Pfund angeschlagen, würden obige 481 Pfund natürlich eben so viel Gulden geben; da aber jedes Pfund $\frac{1}{3}$ fl. weniger kostet, so sucht

man, was 481 Drittheile für sich betragen, — indem man 481 Pfund durch 3 dividirt, — setzt den so gefundenen Quotienten von 160 fl. 20 fr. unter die Zahl der Pfunde, zieht ihn davon ab und erhält 320 fl. 40 fr. als den Preis der 481 Pfund und als Beantwortung der gestellten Frage.

2.

Was betragen 672 Ellen zu 50 Kreuzer?

$$\begin{array}{r}
 672 \\
 50 \text{ fr.} = 1 \text{ fl.} - \frac{1}{6} \quad 112 \\
 \hline
 \text{fl. } 560 -
 \end{array}$$

Erklärung.

Den 50 Kreuzern, welche kein aliquoter Theil eines Guldens sind, gehen zur Ergänzung 10 fr. oder $\frac{1}{6}$ fl. ab. Wir ziehen daher aus 672 den sechsten Theil mit 112 fl., ziehen dieses vom Ganzen ab und erhalten den gesuchten Betrag mit obigen 560 fl.

3.

Wie viel Gulden u. f. w. betragen 573 Ellen zu $\frac{7}{8}$ fl.?

$$\begin{array}{r}
 573 \\
 - \frac{1}{8} \quad 71 \quad 37 \frac{1}{2} \\
 \hline
 \text{fl. } 501 \quad 22 \frac{1}{2}
 \end{array}$$

Erklärung.

Zu $\frac{8}{8}$ oder 1 Gulden würden 573 Ellen eben so viele Gulden betragen. Da aber jede Elle $\frac{1}{8}$ weniger kostet, so ist die ganze Summe durch 8 zu theilen, dieses $\frac{1}{8}$ (71 fl. 37 $\frac{1}{2}$ fr.) davon abzuziehen und der Rest gibt die in Frage stehende Summe von 501 fl. 22 $\frac{1}{2}$ fr.

Anmerkung.

Dieser dritte Vortheil ist selbst dann noch anwendbar, wenn der Preis der Einheit, nebst den Kreuzern, denen zur Ergänzung eines Guldens ein aliquoter Theil abgeht, auch in ganzen Gulden gegeben ist, oder:

wenn der Preis der Einheit eine mit einem Bruche gemischte Zahl ist, welchem nur ein aliquoter Theil zur Darstellung eines Ganzen abgeht. B. B.

Was betragen 762 Ellen zu fl. 8 40 fr.

$$\begin{array}{r}
 762 \times 9 - 1/3 \\
 \hline
 6858 \\
 - 1/3 \quad 254 \\
 \hline
 \text{fl. } 6604
 \end{array}$$

Hier geht nämlich, um die 9 ganz zu machen, nur 20 fr. oder $1/3$ fl. ab. Wir multipliciren daher die 762 Ellen mit der ganzen 9, ziehen davon die Differenz von $1/3$ aus 762, setzen diese (mit 254 fl.) unter das Hauptproduct aus obiger Multiplication, ziehen selbe davon ab und erhalten in dem Ergebnisse die Lösung der Aufgabe.

Was betragen 792 Ellen zu 4 $3/4$ fl. ?

$$\begin{array}{r}
 792 \times 5 - 1/4 \\
 \hline
 3960 \\
 - 1/4 \quad 198 \\
 \hline
 \text{fl. } 3762
 \end{array}$$

Erklärung.

Von 4 $3/4$ zu 5 fl. fehlt nur $1/4$; wir multipliciren demnach obige 792 mit der ganzen 5, ziehen hievon das fehlende $1/4$ aus 792 (198) ab und finden im Reste die Beantwortung der gestellten Frage.

Vierter Vorthheil.

Sollte aber auch dem **Preise** der Einheit selbst kein aliquoter Theil zu einem Gulden fehlen, sondern es ginge der **Quantität** ein solcher ab, so betrachtet man den Preis als Quantität und diese als Preis, um aus dem Letzteren den fehlenden aliquoten Theil zu ziehen, wobei man in der bereits erklärten Weise vorgeht.

Beispiele.

1.

Wie viel Gulden betragen 59 Ellen zu 49 fr.?

$$\begin{array}{r}
 59 = 1 - \frac{1}{60} \quad \begin{array}{r} 49 \\ - 49 \text{ fr.} \\ \hline \text{fl. } 48 \quad 11 \text{ fr.} \end{array}
 \end{array}$$

E r k l ä r u n g.

Von 49 fr. auf 1 fl. geht kein aliquoter Theil ab, wohl aber von 59, wenn dieß die Zahl der Kreuzer wäre, nämlich $\frac{1}{60}$ fl. Wir erleichtern uns daher die Berechnung, indem wir den Ziffer der Ellen mit jenem der Kreuzer vertauschen, aus 49, die wir als Gulden betrachten, das $\frac{1}{60}$ fl. ziehen (macht $\frac{49}{60}$ fl. oder 49 fr.), diese von den 49 fl. abziehen und auf solche Weise schnell mit Auflösung der gestellten Frage fertig sind.

2.

Was betragen 58 Pfund zu 43 Kreuzer?

$$\begin{array}{r}
 58 \text{ fr.} = 1 \text{ fl.} - \frac{1}{30} \quad \begin{array}{r} 43 \\ 1 \quad 26 \\ \hline \text{fl. } 41 \quad 34 \end{array}
 \end{array}$$

E r k l ä r u n g.

Zur Ergänzung von 58 fr. auf einen Gulden fehlen nur 2 fr. oder $\frac{1}{30}$ fl., während zu 43 kein aliquoter Gulden-Theil fehlt. Indem wir deßhalb die Ziffern der Pfunde und der Kreuzer verwechseln, ziehen wir obiges Dreißigstel aus 43, was $1 \frac{13}{30}$ fl. oder 1 fl. 26 fr. gibt, ziehen selbes von der ganzen Zahl ab und sind mit Beantwortung der Frage fertig.

3.

Wie viel Gulden geben 50 Ellen zu 27 fr. ?

$$\begin{array}{r}
 27 \\
 50 \text{ fr.} = 1 \text{ fl.} - \frac{1}{6} \quad \begin{array}{r} 4 \quad 30 \\ \hline \text{fl. } 22 \quad 30 \text{ fr.} \end{array}
 \end{array}$$

E r l ä u r u n g.

Wir haben hier ebenfalls die Verwechslung der Quantität und des Preises vorgenommen, da Letzterer keinen aliquoten Theil eines Guldens ausmacht, während dieß mit Ersterer der Fall ist; ihr geht nämlich $\frac{1}{6}$ zur Ergänzung des Guldens ab. Das $\frac{1}{6}$ ziehen wir aus 27, subtrahiren es von dieser Zahl und erhalten die Lösung der Frage.

Fünfter Vortheil.

Ist der Preis der Einheit in einer Zahl von Kreuzern ausgedrückt, welche durch 6 theilbar sind, so beobachte man nachstehenden Vorgang:

Man multiplicire die Quantität, deren Werth gesucht wird, mit dem aus der Theilung durch 6 sich ergebenden Quotienten. — Die **erste** Ziffer des **ersten** Theilproductes schreibe man aber nicht an, sondern multiplicire sie in Gedanken gleich mit 6; das dießfällige Product gibt die entfallenden Kreuzer. — Die Fortsetzung der Multiplication der übrigen Ziffern der Quantität mit jenem Quotienten gibt Gulden, wozu man die allenfalls in dem ersten Theilproducte enthaltenen Zehner zählt.

Beispiele.

Wie viel Gulden u. s. w. betragen 389 Pfunde zu 54 fr. ?

$$\begin{array}{r}
 389 \qquad \qquad 54 \text{ ist theilbar durch } 6 \\
 \hline
 \text{fl. } 350 \quad 6 \text{ fr.} \qquad \qquad 9 \text{ der Quotient.}
 \end{array}$$

Erklärung.

54 fr. ist eine durch 6 theilbare Kreuzer-Zahl, indem es 9 mal darin enthalten ist. Mit diesem Quotienten 9 multiplicire man nun die Quantität 389 wie folgt:

9 mal 9 sind 81. Die erste Ziffer (1) dieses ersten Theilproductes multiplicirt man in Gedanken mit 6 (1 mal 6 ist 6) und hat so die Kreuzer gefunden. Nun fährt man in der Multiplication fort:

8 mal 9 sind 72, wozu man die aus dem ersten Theilproducte gebliebenen Zehner: 8 zählt: und 8 sind 80, bleiben 8; 3 mal 9 sind 27 und 8 sind 35. — Hiermit nun hat man die Beantwortung der Aufgabe im obigen Resultate von 350 fl. 6 fr. gefunden.

2.

Wie viel Gulden u. s. w. kosten 743 Pfund zu 24 Kreuzer?

$$\begin{array}{r} 743 \\ \hline \text{fl. } 297 \quad 12 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6 : 24 \\ \hline 4 \end{array}$$

Erklärung.

6 in 24 ist 4 mal enthalten. — Mit diesem Quotienten 4 multipliciren wir die Quantität, wie folgt:

3 mal 4 sind 12. Hievon die 2 in Gedanken mit 6 multiplicirt, gibt 12 als Kreuzer.

4 mal 4 sind 16 und 1 (aus dem ersten Theilproducte 12) sind 17, bleibt 1.

4 mal 7 sind 28 und 1 sind 29; somit obige 297 fl. 12 fr. als Antwort auf die Frage.

3.

Was kosten 260 Maß zu 36 Kreuzer?

$$\begin{array}{r} 260 \\ \hline \text{fl. } 156 \quad - \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6 : 36 \\ \hline 6 \end{array}$$

Erklärung.

6 in 36 ist 6 mal enthalten. Mit diesem Quotienten 6 wird die Quantität multiplicirt.

6 mal 0 ist 0, folglich haben wir dießmal keine Kreuzer.

6 „ 6 sind 36, bleiben 3;

2 „ 6 „ 12 und 3 sind 15, also das Ergebniß von 156 fl.

4.

Was betragen 327 Ellen zu 48 fr.?

$$\begin{array}{r} 327 \\ \hline \text{fl. } 261 \quad 36 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6 : 48 \\ \hline 8 \end{array}$$

48 fr. sind theilbar durch 6. 8 ist der Quotient.

7 mal 8 sind 56 (und 6 mal 6 sind 36 als Kreuzer.

2 „ 8 „ 16 und 5 (aus dem ersten Theilproducte 56) sind 21, bleiben 2;

3 mal 8 sind 24 und 2 sind 26, folglich obige fl. 261 36 fr.

Sechster Vortheil.

Wenn aber auch die Kreuzerzahl selbst, welche den Preis ausdrückt, nicht durch 6 theilbar wäre, sondern es wäre dieß jene Zahl, welche die Quantität bezeichnet, so ist der im vorigen Abschnitte erklärte Vortheil, durch Verwechslung, doch immer noch anwendbar, indem man nämlich die Quantität zum Preise macht und umgekehrt, den Preis zur Quantität.

Beispiele.

1.

Wie viel Gulden u. s. w. geben 24 Ellen zu 37 Kreuzer?

$$\begin{array}{r} 6 : 24 \\ \hline 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 37 \\ \hline \text{fl. } 14 \quad 48 \end{array}$$

Erklärung.

37 fr. sind durch 6 nicht theilbar, wohl aber sind es die 24. Wir gestalten demnach den Preis zur Quantität, die Quantität aber zum Preise, multipliciren die 37 mit dem Quotienten aus der Theilung durch 6 und erhalten auf die schnellste Weise obige 14 fl. 48 fr. als Beantwortung dieser Frage.

2.

Was betragen 42 Pfund zu 29 Kreuzer?

$$\begin{array}{r} 6 : 42 \\ \hline 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 29 \\ \hline 20 \text{ fl. } 18 \text{ fr.} \end{array}$$

Erklärung.

Da die 29 fr. des Preises sich nicht durch 6 theilen lassen, wohl aber die 42 der Quantität, so verwechseln wir die Bedeutungen, ziehen aus 42 den Quotienten 7 (6 mal 7 sind 42) und multipliciren mit demselben auf die bekannte Weise:

7 mal 9 sind 63. — Die erste Ziffer hievon wird nicht angeschrieben, sondern in Gedanken mit 6 multiplicirt, wodurch wir 18 als die Zahl der Kreuzer erhalten, dann fahren wir in der Multiplication fort, wie folgt:

2 mal 7 sind 14, wozu wir die Zehner aus obigem Theilproducte 63 (6) zählen, somit ergeben sich als Lösung der Aufgabe 20 fl. 18 fr.

3.

Was kosten 18 Pfund zu 34 fr.?

$$\begin{array}{r} 6 : 18 \\ \hline 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 34 \\ \hline \text{fl. } 10 \quad 12 \text{ fr.} \end{array}$$

Erklärung.

Nicht 34, wohl aber 18 sind durch 6 theilbar und geben den Quotienten 3. — Mit diesem multipliciren wir obige 34 wie folgt:

3 mal 4 sind 12; die 2 hievon in Gedanken mit 6 multiplicirt, geben 12 als die Zahl der Kreuzer. Nun multiplicirt man noch die gebliebenen 3 mit demselben Quotienten (3 mal 3 sind 9) zählt die 1 aus den Zehnern des ersten Theilproductes hinzu und erhält 10 fl. 12 fr.

Siebenter Vorthail.

Ehe wir zur Erklärung des wichtigen Vortheilcs schreiten, welchen wir in diesen Abschnitt einbeziehen wollen, ist es nothwendig, einige Andeutungen über die sogenannte Zersällung zu geben, welche dessen Wesenheit ausmacht und überhaupt in der wälschen Practik die Hauptrolle spielt.

Specielle Regeln lassen sich für die Zersällung (Zerlegung in kleinere aliquote Theile) nicht vorzeichnen, weil die Verhältnisse eines jeden Falles andere sind. — Auch ist ja der Begriff eines Rechnungsvortheilcs so relativ, daß dem einen Rechner schwer fällt, was dem andern gar keine Schwierigkeiten darbietet.

Der Werth eines Rechnungsvorthcilcs besteht darin, ein Beispiel so schnell als möglich zu berechnen. Dieß wird natürlich am leichtesten durch möglichst wenige Ziffern erreicht.

Als **allgemeine** Grundsätze halte man sich für die Zersällung nachstehenden Vorgang gegenwärtig:

1. Man suche stets vorerst den höchsten aliquoten Theil der höhern Benennung, welcher in der Unterbenennung enthalten ist. Wenn z. B. 45 fr. in aliquote Theile eines Guldens zu zerfallen wären, so wären vorerst 30 fr. zu wählen, da in 45 fr. kein höherer aliquoter Theil eines Guldens enthalten ist.
2. Gäbe die, von der Unterbenennung noch hinterbliebene Zahl gerade wieder einen aliquoten Theil des schon herausgezogenen höchsten, so nimmt man sie als aliquoten Theil des **Vorigen**.

In unserem Falle sind z. B. 15 fr. geblieben, welche wieder unmittelbar einen aliquoten Theil aus 30 fr., nämlich $\frac{1}{2}$ bilden.

3. Wäre das Vorstehende nicht der Fall, sondern die erübrigte Zahl macht wieder unmittelbar einen aliquoten Theil des **Ganzen** aus, so ist selber von **diesem** zu nehmen. Z. B.: 50 fr. wären zu zerfallen gewesen, und wir hätten 30 fr. als ersten aliquoten Theil angenommen, so werden die übrig bleibenden 20 fr. wieder einen aliquoten Theil des ganzen Guldens, nämlich $\frac{1}{3}$ geben, und dieser zweite aliquote Theil ist also wieder vom **Ganzen** zu nehmen.

4. Sind aber die nach einem gewählten aliquoten Theile bleibenden Zahlen der Unterbenennung weder ein unmittelbarer aliquoter Theil eines vorhergehenden aliquoten Theiles, noch des Ganzen, so muß man selbe neuerdings zerfallen, wobei man wieder im Sinne des unter 1 angegebenen Verfahrens vorgeht, und so mit jeder Unterbenennung gegen ihre größere oder gegen einen früheren aliquoten Theil fortfährt.

5. Wenn es sich fügt, daß irgend eine Zahl ein aliquoter Theil eines früheren solchen Theiles, zugleich aber auch einer aus dem Ganzen ist, dann zieht man jenen vor, der einen leichtern Divisor gibt. — Es wären z. B. 16 fr. in aliquote Theile von 1 fl. zu zerlegen, so könnte man dieß durch Zerfällung in 15 und 1 thun, nämlich

in 15 fr. als $\frac{1}{4}$ vom Ganzen und

in 1 " " $\frac{1}{15}$ vom Vorigen.

1 Kr. ist aber auch $\frac{1}{60}$ des Ganzen, und gibt durch die Null einen leichtern Divisor. — Man zieht daher letztere Bestimmung vor.

Obige 16 fr. könnte man auch zerlegen:

in 12 als $\frac{1}{3}$ vom Ganzen, und

" 4 " $\frac{1}{3}$ " Vorigen. 4 ist zwar zugleich ein aliquoter Theil des Ganzen, nämlich $\frac{1}{15}$; indessen verdient jedenfalls die erstere Wahl den Vorzug, weil sie einen einziffrigen Divisor gibt.

6. Der fünfte und sechste Vortheil sind nicht selten auch bei der Zerfällung vortheilhaft anzuwenden. — Wenn z. B. 43 fr. zu zerlegen wären, so könnte dieß geschehen:

a) in 30 fr. als $\frac{1}{2}$ vom Ganzen.

" 12 " " $\frac{1}{3}$ " "

" 1 " " $\frac{1}{60}$ " "

b) " 20 " " $\frac{1}{3}$ " "

" 20 " " $\frac{1}{3}$ " "

" 3 " " $\frac{1}{20}$ " "

c) " 42 fr., welche durch 6 theilbar sind, und

" 1 " als $\frac{1}{60}$ vom Ganzen, wodurch das gegebene Ziel, mittelst 2 Zerlegungen, also kürzer erreicht wird. —

* * *

Wir kommen nun zu dem siebenten Vortheile selbst, dessen Wesenheit in Folgendem besteht:

Wenn der Preis der Einheit kein aliquoter Theil eines Guldens ist, und auch die Anwendung keines andern der schon erwähnten Vortheile zuläßt, so zerlegt (zerfällt) man ihn in aliquote Theile, sucht die auf sie entfallenden einzelnen Werthe, addirt diese, wie in der ersten Regel näher erörtert worden, und erhält durch die Summe das Gesuchte. —

B e i s p i e l e.

Wie viele Gulden u. s. w. betragen 712 Pfunde zu 27 fr. ?

Auf das vorstehende Beispiel ist keiner der bisher angegebenen Vortheile anwendbar; denn 27 fr. ist kein aliquoter Theil von 1 fl.; auch die Quantität 712 gibt keinen solchen; der Kreuzerzahl 27 geht eben so wenig, als der Quantität, ein aliquoter Theil zur Ergänzung eines Guldens ab; ferner ist weder die Kreuzerzahl, noch auch die Quantität durch 6 theilbar. — Es bleibt also nichts übrig, als die gegebenen 27 fr. in aliquote Theile zu zerfallen.

Wir zerlegen sie demnach entweder:

a) in 20 fr. als $\frac{1}{3}$ von einem ganzen fl.	Ausarbeitung nach a.	
" 6 " " $\frac{1}{10}$ " " " "		712
" 1 " " $\frac{1}{6}$ des Vorigen, das	20 = $\frac{1}{3}$	237 20
heißt, es muß $\frac{1}{6}$ von jenem Werth	6 = $\frac{1}{10}$	71 12
herausgehoben werden, welcher auf	1 = $\frac{1}{6}$	11 52
6 fr. (hier 71 fl. 12 fr.) entfällt;		fl. 320 24

oder wir zerlegen sie:

b) in 20 fr. als $\frac{1}{3}$ von einem ganzen fl.	Ausarbeitung nach b.	
" 5 " " $\frac{1}{4}$ vom Vorigen und	20 = $\frac{1}{3}$	712 20
" 2 " " $\frac{1}{30}$ von einem ganzen	5 = $\frac{1}{4}$	59 20
fl. oder $\frac{1}{10}$ des	2 = $\frac{1}{10}$	23 44
ersten Theilproduk-	(von 20 fr.)	
tes für 20 fr. —		fl. 320 24

Im ersten Falle muß der 30te Theil aus 712, im andern Falle der 10te Theil aus 237 fl. 20 fr. gezogen werden, was immer 23 fl. 44 fr. gibt;

oder endlich:

c) in 24 fr., welche durch 6 theilbar sind,
in 3 " als $\frac{1}{8}$ des Vorherigen.

Ausarbeitung nach c.

			712	
6:24	4		284	48
	3 = $\frac{1}{8}$		35	36
vom Vorigen		fl.	320	24

2.

Wie viel Gulden u. s. w. betragen 583 Pf. zu fl. 1 46 fr. 3 d.?

Ausarbeitung.

		583	
46 fr =	$\left\{ \begin{array}{l} 30 = \frac{1}{2} \\ 15 = \frac{1}{2} \\ 1 = \frac{1}{60} \end{array} \right.$	291 30	
		145 45	
		9 43	
3 d. =	$\left\{ \begin{array}{l} 2 = \frac{1}{2} \\ 1 = \frac{1}{2} \end{array} \right.$	4 51 2	
		2 25 3	
		fl. 1037 15 1	

Erklärung der Ausarbeitung.

In diesem Beispiele dürfen wir die Quantität der Pfunde nicht unterziehen, weil jedes derselben 1 fl. kostet, wir also die 583 ganzen Gulden zur Gesamtsumme brauchen.

Wir schreiten nun zur Zerfällung der 46 fr. und nehmen zuerst den höchsten aliquoten Theil daraus:

30 fr. als $\frac{1}{2}$ vom Ganzen, das ist von 583 mit fl. 291 30
15 " " $\frac{1}{2}$ des Vorigen " " von fl. 291 30 fr. " 145 45

Nun haben wir noch den Werth für 1 fr. zu suchen.

1 fr. wäre zwar $\frac{1}{15}$ des Vorigen; allein es würde einen zweiziffrigen Divisor geben, der unbequem ist, obwohl man ihn auch in die zwei einziffrigen Factoren 5 und 3 auflösen könnte; doch 1 ist auch $\frac{1}{60}$ vom Ganzen, welches für die Division leichter ist, da überdies der Dividend nicht vielnamig ist, d. h. keine Unterbenennungen hat; weshalb wir diesen Divisor vorziehen.

1 fr. als $\frac{1}{60}$ von ganzen 583 gibt fl. 9 43.

Die Pfennige des Preises zerlegen wir:

in 2 als $\frac{1}{2}$ vom Vorigen, nämlich von 1 fr. pr. 9 fl. 43, gibt fl. 4 51 2
in 1 " $\frac{1}{2}$ " " " " " 2 d. " 4 fl. 51 2 " 2 25 3

Anhang zu diesem Vortheil.

Oft ist es sehr vortheilhaft, wenn man, anstatt einen Bruch, der an und für sich kein aliquoter Theil eines schon gegebenen Werthes ist, in mehrere aliquote Theile zu zerlegen, vorerst nur den Werth für einen einfachen Theil dieses Bruches sucht, dann aber, und zwar mittelst Multiplication, diesen gefundenen Werth so viele Mal nimmt, als der Zähler des ganzen Bruches noch erfordert. — 3. B.

Was betragen 236 $\frac{7}{8}$ Pfd. 1 Pfd. zu fl. 4 42 fr. ?

Zuerst suchen wir den Werth für 236 Pfd. zu fl. 4 42 fr.

$$236 \times 4 \text{ gibt fl. } 944$$

42 fr. sind theilbar durch 6, gibt 7 als Quotienten. Das Product (nach dem 5ten Vortheil) hieraus ist fl. 165 12; denn

$$236 \times 7 = 165 \ 12$$

Nun folgt die Berechnung von $\frac{7}{8}$ Pfd. — Anstatt diese zu zerlegen in $\frac{4}{8}$ als $\frac{1}{2}$ vom Ganzen, gäbe fl. 2 21

$\frac{2}{8}$ " $\frac{1}{2}$ " Vorigen " 1 10 2

$\frac{1}{8}$ " $\frac{1}{2}$ " " " — 35 1

zusammen fl. 4 6 3

kann man auch vorerst vortheilhafterweise suchen, was vom Preise eines Pfundes per fl. 4 42 fr. ein einfaches Achtel beträgt, nämlich — 35 fr. 1 d. (bei dessen Auffuchung zur Vermeidung späterer wesentlicher Differenzen, schon sehr genau vorgegangen werden muß). Da wir aber den Werth von $\frac{7}{8}$ zu wissen brauchen, so nehmen wir entweder den für $\frac{1}{8}$ aufgefundenen Werth 7 mal, (woraus wir 4 fl. 6 fr. 3 d. erhalten) und dann streicht man jenen des einfachen Achtels durch, oder, wo letzteres nicht geschieht, nimmt man

ihn bloß 6 mal, was fl. 3 31 2 gibt und in Verbindung mit dem Werthe eines Achtels ebenfalls fl. 4 6 3 ausmacht. — Alle diese Werthe sammt dem Früheren geben das Gesuchte.

* * *

In vielen Fällen weiß die wälsche Practik gar kein anderes Verfahren, die Werthe zu bestimmen und zwar jedesmal, wenn der Nenner eines Bruches eine ungerade Zahl ist, als 3tel, 5tel, 7tel, z. B. Es wäre der Werth eines Ganzen mit fl. 72 18 fr. gegeben. Man sucht denselben aber **nur** oder **noch** für $\frac{5}{7}$ dieses Ganzen. $\frac{5}{7}$ nun, läßt sich in keine andern aliquoten Theile zerlegen, als in einfache Siebentel. Man muß daher zuerst den Werth für ein einfaches 7tel suchen, welches fl. 10 19 $\frac{5}{7}$ fr. beträgt. — Dieses nehmen wir nun 4 mal, woraus wir fl. 41 18 $\frac{6}{7}$ erhalten. — Diese beiden Beträge, entweder allein, wenn man den Werth **nur** für $\frac{5}{7}$ sucht, oder wenn man ihn für **noch** $\frac{5}{7}$ sucht, im Zusammenhang mit fl. 72 18 fr., stellen das Gesuchte dar.

* * *

Die nämlichen Vortheile, deren Anwendung wir unter den Abschnitten 1, 3 und 7, in Ansehung des Preises erklärt haben, sind auch in Bezug auf die Quantität zu benützen. Wir stellen daher auch wieder wenigstens die gewöhnlichsten aliquoten Theile eines Ctr. und Pfundes hier auf, und lassen die Erklärung der Anwendung in den Abschnitten 8 und 9 folgen.

Aliquote Theile eines Centners in Pfunden.

Pfd. 50	=	$\frac{1}{2}$ Ctr.	Pfd. 5	=	$\frac{1}{20}$ Ctr.
" 25	=	$\frac{1}{4}$ "	" 4	=	$\frac{1}{25}$ "
" 20	=	$\frac{1}{5}$ "	" 2	=	$\frac{1}{50}$ "
" $12\frac{1}{2}$	=	$\frac{1}{8}$ "	" 1	=	$\frac{1}{100}$ "
" 10	=	$\frac{1}{10}$ "			

Aliquote Theile eines Pfundes in Lothen.

Loth 16	=	$1/2$ Pfd.
" 8	=	$1/4$ "
" 4	=	$1/8$ "
" 2	=	$1/16$ "
" 1	=	$1/32$ "

Achter Vortheil.

Wenn die Quantität, deren Werth gesucht wird, ein aliquoter Theil jener Einheit ist, deren Preis gegeben wurde, so nehme man eben diesen Theil vom Preise, und man hat die Aufgabe gelöst.

Beispiele.

1.

Was kosten 50 Pfd., wenn 1 Ctr. fl. 67 49 fr. 3 d. kostet?

$$50 \text{ Pfd.} = 1/2 \text{ Ctr.} \quad \begin{array}{r} 67 \quad 49 \quad 3 \\ 33 \quad 54 \quad 3 \quad 1/2 \end{array}$$

E r l ä u r u n g.

Da 50 Pfd. die Hälfte eines Ctrs. sind, so darf der Preis nur halbiert werden, wie folgt:

halb 6	sind 3	
" 7	" 3,	bleibt 1; 1 mal 6 (aus 60) und 4 sind 10
" 10	" 5	
" 9	" 4,	bleibt 1; diesen Kr. multiplicirt mit 4 (weil 1 fr. = 4 dr.) und die 3 aus dem Preise, sind 7.
" 7	" 3 1/2	

2.

Was betragen 25 Pfd., wenn 1 Etr. 302 fl. 47 fr. 3 d. kostet?

$$25 \text{ Pfd.} = \frac{1}{4} \text{ Etr.} \quad \begin{array}{r} 302 \quad 47 \quad 3 \\ \hline \text{fl.} \quad 75 \quad 41 \quad 3 \frac{3}{4} \end{array}$$

E r l ä u t e r u n g.

Da 25 Pfd. ein aliquoter Theil, nämlich $\frac{1}{4}$ aus 1 Etr. sind, so ziehen wir $\frac{1}{4}$ aus dem Ganzen.

4 in 30 geht 7 mal, bleiben 2

4 " 22 " 5 " " 2; 2 mal 6 (aus 60) sind 12 und
4 sind 16.

4 " 16 " 4 " "

4 " 7 " 1 " " 3; 3 mal 4 sind 12 und 3 sind 15.

4 " 15 " 3 " " $3 \frac{3}{4}$.

3.

Wie viel fl. betragen 5 Pfd., wenn 1 Etr. fl. 178 25 fr. kostet?

$$5 \text{ Pfd.} = \frac{1}{20} \text{ Etr.} = 10 \times 2 \quad \begin{array}{r} 178 \quad 25 \\ \hline 17 \quad 50 \quad 2 \\ \hline \text{fl.} \quad 8 \quad 55 \quad 1 \end{array}$$

E r l ä u t e r u n g.

5 Pfd. sind ein aliquoter Theil eines Etrs., nämlich $\frac{1}{20}$; wir dürfen somit nur $\frac{1}{20}$ aus 178 fl. 25 fr. suchen. Da aber der Dividend Unterbenennungen bei sich hat, so geht die Division mit dem zweiziffrigen Divisor 20 für Manche aus dem Kopfe nicht leicht von Statten; weßhalb wir die 20 in 10 und 2 zerlegen, zuerst den zehnten Theil erheben, welcher 17 fl. 50 fr. 2 d. macht, und hiervon wieder die Hälfte suchen, welche 8 fl. 55 fr. 1 d. ist.

4.

Was betragen 4 Pfd., wenn 1 Etr. fl. 197 12 fr. ? Siehe die Divi-
 4 Pfd. = $\frac{1}{25}$ Etr. = 5×5 $\frac{39 \ 26 \ 1}{7 \ 53 \ 1} \Big| \frac{3}{25}$ sion pag. 35.

5.

Was betragen 2 Pfd., wenn 1 Etr. fl. 87 48 fr. ?
 2 Pfd. = $\frac{1}{50} = 10 \times 5$ $\frac{8 \ 46 \ 3}{fl. \ 1 \ 45 \ 1} \Big| \frac{2}{2} \Big\} = \frac{22}{50}$

6.

Was kostet 1 Pfd., wenn 1 Etr. fl. 98 15 fr. ?
 1 Pfd. = $\frac{1}{100}$ Etr. = 10×10 $\frac{9 \ 49 \ 2}{fl. \ 58 \ 3 \ 8/10 \ d.}$

Tafel von Pfunden,

denen nur ein aliquoter Theil zur Ergänzung eines Etrs. fehlt.

Pf. 99 — $\frac{1}{100}$ Etr.	90 — $\frac{1}{10}$ Etr.
98 — $\frac{1}{50}$ "	80 — $\frac{1}{5}$ "
96 — $\frac{1}{25}$ "	75 — $\frac{1}{4}$ "
95 — $\frac{1}{20}$ "	

Tafel von Lothen,

denen nur ein aliquoter Theil zur Ergänzung eines Pfundes fehlt.

Loth 31 — $\frac{1}{32}$ Pfd.
" 30 — $\frac{1}{16}$ "
" 28 — $\frac{1}{8}$ "
" 24 — $\frac{1}{4}$ "

Neunter Vortheil.

Wenn der Quantität von Pfunden, Lothen, Quinteln, deren Einheitspreis gegeben ist, nur ein aliquoter Theil zur Ergänzung eines Ctr., Pfundes oder Lothes fehlt, so ermittle man auf die nun schon bekannte Weise, was dieser abgängige aliquote Theil kosten würde und ziehe den gefundenen Werth vom gegebenen Preise der Einheit ab. Der hieraus entfallende Rest gibt den in Frage gestellten Werth.

Beispiele.

1.

Was betragen 75 Pfd., wenn 1 Ctr. 89 fl. 47 fr. 3 d. kostet?

$$\begin{array}{r}
 75 \text{ Pfd.} = 1 \text{ Ctr.} - \frac{1}{4} \quad \begin{array}{r} 89 \quad 47 \quad 3 \\ 22 \quad 26 \quad 3 \quad \frac{3}{4} \\ \hline \text{fl. } 67 \quad 20 \quad 3 \quad \frac{1}{4} \end{array}
 \end{array}$$

Erklärung.

Um 75 Pfd. auf einen ganzen Ctr. zu erheben, gehen nur 25 Pfd. ab, welche einen aliquoten Theil, nämlich $\frac{1}{4}$ des Ganzen geben. Wir brauchen also von dem gegebenen Preise eines Ctr. (89 fl. 47 fr. 3 d.) nur den vierten Theil zu ermitteln, diesen (22 fl. 26 3 $\frac{3}{4}$) vom Ganzen abzuziehen, und erhalten im Reste die Beantwortung der Frage.

2.

Was kosten 80 Pfd., wenn der Preis eines Ctr. fl. 146 30 2 ist?

$$\begin{array}{r}
 80 \text{ Pfd.} = 1 \text{ Ctr.} - \frac{1}{3} \quad \begin{array}{r} 146 \quad 30 \quad 2 \\ 29 \quad 18 \quad 0 \quad \frac{2}{3} \\ \hline \text{fl. } 117 \quad 12 \quad 1 \quad \frac{3}{3} \end{array}
 \end{array}$$

Erklärung.

Von 80 Pfd. auf einen Ctr. fehlen nur 20 Pfd. oder $\frac{1}{3}$ Ctr.;

wir ziehen daher aus dem ganzen Preise dieses abgängige Fünftel, subtrahiren selbes und erhalten den gesuchten Werth der 80 Pfd.

Anmerkung.

Der in Rede stehende Vortheil ist auch dann noch anwendbar, wenn die Quantität, deren Werth gesucht wird, eine solche mehrnamige oder mit einem Bruche gemischte Zahl ist, daß der Unterbenennung oder dem Bruche nur ein aliquoter Theil mangelt, um lauter Ganze der höhern Benennung darzustellen, deren Einheitspreis gegeben ist.

Beispiele.

1.

Was betragen 3 Etr. 75 Pfd., wenn 1 Etr. fl. 87 6 fr. 2 d. kostet.

$$\begin{array}{r}
 87 \quad 6 \quad 2 \quad \times \quad 4 \quad - \quad 1/4 \\
 \hline
 \text{fl. } 348 \quad 26 \quad 0 \\
 21 \quad 46 \quad 2 \quad 2/4 \\
 \hline
 \text{fl. } 326 \quad 39 \quad 1 \quad 2/4
 \end{array}$$

Erklärung.

Zu den gegebenen 3 Etr. 75 Pfd. fehlen nur 25 Pfd. oder $1/4$ Etr., um ganze 4 Etr. darzustellen. Wir nehmen daher den gegebenen mehrnamigen Preis eines Etrs. vorerst 4 mal, ziehen von dem dießfälligen Producte (348 fl. 26 fr.) den Werth des fehlenden $1/4$ Etrs. (21 fl. 46 2 $2/4$) ab und erhalten in dem Reste von 326 fl. 39 fr. 1 $2/4$ d. die Beantwortung der zur Aufgabe gestellten Frage.

2.

Was betragen 17 Etr. 90 Pfd., wenn 1 Etr. 89 fl. 22 fr. kostet?

$$\begin{array}{r}
 89 \quad 22 \quad \times \quad 18 \quad - \quad 1/10 \quad \text{und } 18 \\
 \hline
 268 \quad 6 \quad \times \quad = \quad 3 \times 6 \\
 \hline
 1608 \quad 36 \\
 8 \quad 56 \quad 2/10 \\
 \hline
 \text{fl. } 1599 \quad 39 \quad 8/10
 \end{array}$$

— $1/10$

Erklärung.

Um 17 Ctr. 90 Pfd. auf 18 Ctr. zu ergänzen, fehlen bloß 10 Pf. oder $\frac{1}{10}$ Ctr. Wir multipliciren daher den Preis eines Ctrs. vorerst mit 18, (welchen zweiziffrigen Multiplicator wir, zur Erleichterung der Arbeit, in die zwei einziffrigen Factoren 3 und 6 zerlegen) ermitteln dann durch Division aus dem Preise eines Ctrs. (89 fl. 22) den Werth des fehlenden $\frac{1}{10}$ mit 8 fl. 56 $\frac{2}{10}$ fr., ziehen dieß vom Ganzen ab und haben in dem Reste von 1599 fl. 39 $\frac{8}{10}$ fr. die Lösung unserer Aufgabe gefunden.

3.

Was kosten 15 $\frac{3}{4}$ Ctr., wenn 1 Ctr. 98 fl. 26 fr. kostet?

$$\begin{array}{r}
 98 \quad 26 \quad \times \quad 16 - \frac{1}{4} \text{ und } 16 \\
 \hline
 393 \quad 44 \quad = 4 \times 4 \\
 \hline
 \text{fl. } 1574 \quad 56 \\
 - \frac{1}{4} \quad 24 \quad 36 \frac{2}{4} \\
 \hline
 \text{fl. } 1550 \quad 19 \frac{2}{4}
 \end{array}$$

Erklärung.

15 $\frac{3}{4}$ Ctr. bedürfen zur Ergänzung auf runde 16 nur den aliquoten Theil von $\frac{1}{4}$ Ctr. Wir nehmen daher volle 16 Ctr. an, multipliciren mit dieser, wieder in die Factoren 4 und 4 aufgelösten, Zahl den Preis, ziehen aus diesem 16fachen Producte den Werth des fehlenden $\frac{1}{4}$, subtrahiren selbes vom Ganzen und haben in dem Reste die Antwort auf obige Frage.

Zehnter Vorthell.

Wenn sowohl die gegebene Quantität, als der Preis der Einheit vielmartig sind, das heißt, wenn sie Unterbenennungen bei sich haben, verfähre man, wie folgt:

Vorerst suche man den Werth der Quantität der höchsten Be-

nennung, indem man, wenn selbe **ein**ziffrig ist, mit ihr gleich den ganzen vielnamigen Preis multiplicirt. Ebenso gehe man vor, wenn obige Benennung zwar eine **mehr**ziffrige, jedoch eine solche ist, die sich in **ein**ziffrige Factoren auflösen läßt. Hierauf zerfalle man die gegebenen Unterbenennungen der Quantität in die zweckmäßigsten aliquoten Theile ihrer nächsten höheren Benennungen und suche dann die entsprechenden Werthe für sie. —

Träte jedoch keine der obigen Bedingungen ein, das heißt, bestünde die Quantität der höchsten Benennung weder in einer einziffrigen, noch in einer solchen Zahl, die sich in einziffrige Factoren auflösen läßt, so muß die Multiplication im Einzelnen geschehen, das heißt, man muß zuerst die Quantität der höchsten Benennung bloß mit dem höchsten Preise ihrer Einheit, also mit vorläufiger Beseitigung der Unterbenennung, multipliciren; dann sucht man, was die Quantität der höchsten Benennung zu den Unterbenennungen des höchsten Preisansatzes beträgt, indem man sie in aliquote Theile zerlegt, oder sich irgend eines der schon erklärten Vortheile bedient. Nun erst wird gesucht, was die Unterbenennungen der höchsten Quantität betragen, indem man auch hier wieder die vortheilhafteste Zerfällung anwendet.

Beispiele.

Was betragen 8 Ctr. 57 Pf. 9 Loth. 3 D., wenn 1 Ctr. fl. 189 26 3 kostet?

		189	26	3	×	8	
		1515	34	0			
59 Pf. =	50 = 1/2	94	43	1			
	5 = 1/10	9	28	1			
	1 = 1/5	1	53	2			
	1 = 1/5	1	53	2			
9 Loth =	8 = 1/4	—	28	1			
	1 = 1/8	—	3	2			
3 Dut. =	2 = 1/2	—	1	3			
	1 = 1/2	—	—	3			
		fl. 1624	7	2			

Hier haben wir ungefähr 3 d. wegge-
worfen, die wir da-
her bei der Abdi-
tion ergänzen.

Erklärung des Ganges der Ausarbeitung.

Da hier die Quantität der Ctr. einzifferig ist, nämlich 8, so darf der vielnamige Preis 189 fl. 26 3 nur 8 mal genommen werden, und wir erhalten die Beantwortung der Frage rücksichtlich der höchsten Benennung: 1515 fl. 34 —

Um hierauf den Werth für die nächste Unterbenennung eines Ctr. zu finden, nämlich für die 57 Pfund, zerlegen wir diese Zahl in aliquote Theile, nämlich:

in 50 Pfd. als 1/2 des ganzen Ctr.

" 5 " " 1/10 " Vorigen

" 1 " " 1/5 " " und noch einmal

" 1 " " 1/5 " " , mit denen wir in bekannter

Weise vorgehen.

Nun kommen die 9 Lothe an die Reihe, welche wir zerlegen
in 8 als $\frac{1}{4}$ des Vorigen (1 Pfund)

" 1 " $\frac{1}{8}$ " " ;

endlich zerfallen wir die 3 Quentchen

in 2 als $\frac{1}{2}$ vom Vorigen (1 Loth)

und " 1 " $\frac{1}{2}$ " " ;

zum Schlusse addiren wir die einzelnen Werthe und erhalten
fl. 1624 7 2.

Anmerkung.

Ich habe mich darauf beschränkt, die Genauigkeit der Berechnung in unserem Gelde, in der Regel, nur bis auf Pfennige durchzuführen und that dieß aus nahe liegenden Gründen:

1. Ist diese Genauigkeit für den practischen Rechner hinlänglich, da man gewöhnlich den Rest eines definitiven Resultates, wenn er einen halben Kreuzer oder etwas darüber beträgt, für einen ganzen Kreuzer annimmt, während man jenen Rest, welcher $\frac{1}{2}$ fr. nicht erreicht, gar nicht zu berücksichtigen pflegt.

2. Ist es nicht die Absicht vorliegender Abhandlung, die eigentliche Bruchrechnung zu lehren, gälte sie nun der gemeinen oder der mit Decimalen. — Der Rechnungskundige, der Practiker, wird sich dießfalls leicht zu helfen wissen, um die Genauigkeit des Calculs, wenn es ihm nöthig dünken sollte, selbst auf die Bruchtheile von Pfennigen fortzuführen; dem Unkundigen aber wird die bloße Aufstellung ohne Erklärung auch nicht genügen. — Meinerseits glaube ich, daß das Verfahren durch die wälsche Practik, wollte man die Genauigkeit so scharf ansprechen, bei ähnlichen Rechnungen, wie die vorgehende, anstatt zu einem Vortheile zu werden, vielmehr noch ermüdender und erschwender ausfallen würde, als im Wege der gewöhnlichen Reduction.

Im practischen Verfehr, für welchen diese Abhandlung bestimmt

ist, ist es Uebung, um die Genauigkeit nicht bis zu den Bruchtheilen fortsetzen zu müssen, folgende Regel zu beobachten:

Nimmt man irgend wo einen Pfennig weniger, so ergänzt man denselben bei irgend einem andern Posten derselben Rechnung, und so umgekehrt. — Approximativ wird das Resultat immer zu treffen.

Beispiel.

Was betragen 72 Etr., 14 Pfd., 9 Loth 2 Du., 1 Etr. zu fl. 54 19 3 d.?

	54	19	3	×	8	
	434	38	0	×	9	
	3911	42	0			
14 Pfd. =	10 = 1/10	5	25	3		
	2 = 1/5	1	5	0		
	2 = 1/3	1	5	0		
9 Loth =	8 = 1/8	0	8	0		
	1 = 1/8	1	0	0		
2 Du. =	1/2	—	—	2		
	fl.	3919	28	0		

Hier nahmen wir gleichfalls um ungefähr 3 dr. zuwenig, welche wir am Schlusse einzurechnen.

Erklärung des Ganges dieser Ausarbeitung.

Obwohl hier die höchste Quantität, für deren Einheit der Preis gegeben erscheint, zweiziffrig ist, so gehört sie doch zu jenen, welche sich in zwei einziffrige Factoren, nämlich 8 und 9 zerlegen lassen. Wir nehmen daher den vielnamigen Preis eines Etrs. zuerst 8 mal, dann das Product 9 mal und erhalten den Werth der Centner mit 3911 fl. 42 fr.

Um nun auch die Unterbenennungen zu gleichem Ziele zu bringen, zerlegen wir vorerst die 14 Pfd.

in 10 als $\frac{1}{10}$ vom Preise des ganzen Etrs.

" 2 " $\frac{1}{5}$ des Vorhergehenden, und abermals

" 2 " $\frac{1}{5}$ als dasselbe Product, dann die 9 Loth

" 8 " $\frac{1}{8}$ des Vorhergehenden

" 1 " $\frac{1}{8}$ " " ; endlich nehmen wir die 2 Du. als $\frac{1}{2}$ des vorhergehenden Lothes. Schlagen wir die hiernach sich ergebenden Werthe zu dem obengefundenen, so ergeben sich fl. 3919 28 fr. als Beantwortung der ganzen Frage.

Beispiel.

Was betragen 74 Etr., 89 Pfd., 19 Lth., 1 Du., 1 Etr. zu fl. 53 27 1. ?

		74 × 53	
		<u>370</u>	
		3922	
27 fr. =	20 = $\frac{1}{3}$	24	40
	6 = $\frac{1}{10}$	7	24
	1 = $\frac{1}{6}$	1	14
1 d. =	$\frac{1}{4}$	—	18 2
89 Pfd. =	50 = $\frac{1}{2}$ Etr.	26	43 2
	25 = $\frac{1}{2}$	13	21 3
	10 = $\frac{1}{10}$	5	20 2
	2 = $\frac{1}{5}$	1	4 0
	2 = $\frac{1}{5}$	1	4 0
19 Lth. =	16 = $\frac{1}{4}$	0	16 0
	2 = $\frac{1}{8}$	—	2 0
	1 = $\frac{1}{2}$	—	1 0
1 Du. =	$\frac{1}{4}$	—	0 1
		fl.	<u>4003 30 1</u>

Das, was wir in diesem Beispiele an dr. nicht genau nahmen, kann ebenfalls ungefähr 3 ausmachen, um welche wir die Addition vermehren.

Erklärung.

Hier ist die Zahl der höchsten Benennung der Quantität 74 Ctr. weder einziffrig, noch in verlei Factoren aufzulösen, somit muß die Multiplication mit der höchsten Benennung des Einheitspreises (53 fl.) einzeln geschehen. — Um sodann zu wissen, was obige 74 Ctr. zu 27 fr. ein jeder, betragen, zerlegen wir die letztere Zahl, nämlich 27

in 20 als $\frac{1}{3}$ fl.

" 6 " $\frac{1}{10}$ "

" 1 " $\frac{1}{6}$ " des Vorigen und ziehen die entsprechenden Werthe dafür aus; eben so für einen Pfennig als $\frac{1}{4}$ des vorhergehenden Kreuzerwerthes.

Ist man zu diesen Resultaten geblieben, so sucht man, was 89 Pfd. betragen, wenn 1 Ctr. fl. 53 27 fr. 1 d. kostet. Man zerlegt die 89

in 50 als $\frac{1}{2}$ Ctr.

" 25 " $\frac{1}{2}$ des Vorigen

" 10 " $\frac{1}{10}$ " Ganzen

" 2 " $\frac{1}{3}$ " Vorigen und noch einmal

" 2 " $\frac{1}{3}$ " Vorigen;

ferner die 19 Loth

in 16 als $\frac{1}{4}$ der vorhergehenden 2 Pfd.

" 2 " $\frac{1}{8}$ des Vorigen

" 1 " $\frac{1}{2}$ " "

endlich ist noch

1 Quintchen $\frac{1}{4}$ " "

Die Totalsumme ist das Gesuchte.

Fünftes Vortheil.

Wenn die Quantität, deren Werth gesucht wird, einen Bruch bei sich hat, so suche man den Werth derselben zuerst bloß für ihre ganzen Zahlen, und dann erst jenen für ihren Bruch, welchen man in aliquote Theile der Einheit zerlegt, die demselben entsprechenden Werthe aus dem Preise der Einheit sucht, und solche endlich zu dem Ganzen fügt.

Beispiel.

Was kosten 569 $\frac{5}{8}$ Pfd., 1 Pfd. zu fl. 2 46 fr.?

	569	×	2	46
46 zerlegt	1138			
in 20 fr. = $\frac{1}{3}$	189		40	
" 20 " = $\frac{1}{3}$	189		40	
" 6 " = $\frac{1}{10}$	56		54	
$\frac{5}{8}$ Pfd. zerlegt				
in $\frac{4}{8}$ = $\frac{1}{2}$	1		23	
" $\frac{1}{8}$ = $\frac{1}{4}$	—		20	3
	fl.	1575	57	3

Erklärung.

Die Quantität besteht außer dem Ganzen auch noch in einem Bruche, welchen wir also, nach Maßgabe obiger Regel, vor der Hand, unberücksichtigt lassen und vorerst nur untersuchen, was die ganzen 569 Pfd. zu fl. 2 46 fr. kosten.

$$569 \times 2 = \text{fl. } 1138$$

die 46 fr. zerlegen wir in aliquote Theile, nämlich:

in 20 als $\frac{1}{3}$ vom Ganzen

" 20 " " " " , und

" 6 " $\frac{1}{10}$ " " . Erst, wenn wir diese Werthe gesun-

den haben, suchen wir jenen für den Bruch von $\frac{3}{8}$ Pfd., indem wir sie in aliquote Theile von $\frac{8}{8}$ zerlegen, und zwar:

in $\frac{4}{8}$ als $\frac{1}{2}$ vom Ganzen und

" $\frac{1}{8}$ " $\frac{1}{4}$ vom Vorigen.

Da das ganze Pfund fl. 2 46 fr. kostet, so haben wir diesem nach zuerst die Hälfte dieses Preises (fl. 1 23) zu finden, dann $\frac{1}{4}$ wieder von eben diesem, mit 20 fr. 3 d.; endlich addiren wir sämtliche gefundene Werthe und erhalten obige 1575 fl. 57 fr. 3 d.

Zweites Beispiel.

Was kosten 57 $\frac{3}{4}$ Ctr., 1 Ctr. zu fl. 67 39 fr.?

	57 × 67	
	342	
39 fr. zerlegt	399	
in 36, theilbar durch 6 (aus 57)	34	12
" 3 = $\frac{1}{20}$ vom Ganzen (aus 57)	2	51
$\frac{3}{4}$ Ctr. zerlegt		
in $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ (aus 67 fl. 39)	33	49 2
" $\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ vom Vorigen	16	54 3
	fl. 3906	47 1

Erklärung.

Den Bruch $\frac{3}{4}$ lassen wir früher unbeachtet und berechnen vorläufig bloß, was die ganzen 57 Ctr. zu fl. 67 39 fr. kosten werden. — Mittelft der Multiplication von 57 mit 67 erhalten wir die beiden Theilprodukte 342 und 399. — Hiernächst zerlegen wir die 39 fr.

in 36 fr.

und " 3 fr. In 36 fr., weil diese Zahl durch 6 theilbar ist,

" " 3 = $\frac{1}{20}$ vom Ganzen, weil dieses wegen der Null

bequemer ist, als wenn wir die 3 als $1/12$ von den vorhergehenden 36 genommen hätten. Ist dieß geschehen, so suchen wir den Werth für die $3/4$ Str., indem wir diesen Bruch

in $2/4 = 1/2$ vom Ganzen und

„ $1/4 = 1/2$ des Vorigen zerlegen. Hierdurch bekommen wir als die Hälfte aus 67 fl. 39 fr. 33 fl. 49 fr. und dann als $1/4$ dieses Quotienten 16 „ 54 „ 3, addiren sämtliche einzelne Werthe und haben somit die Lösung der Aufgabe zu Stande gebracht. Die Summe aller Werthe ist demnach 3906 fl. 47 fr. 1 d.

Zwölfter Vortheil.

Tritt der Fall ein, daß nicht nur die Quantität, sondern auch der Preis der Einheit einen Bruch bei sich hat, so muß dieser letztere, wenn die Reihe der Berechnung an den Bruch der Quantität kommt, als ganze Einheiten der nächst niedrigern Unterbenennungen dargestellt werden.

Beispiele.

Was betragen 234 $5/8$ Pfd., 1 Pfd. zu 2 $3/8$ fl. ?

	234 × 2 3/8			
3/8 zerlegt	468			
in 2/8 als 1/4 (aus 234)	58	30		
und „ 1/8 „ 1/2	29	15		
5/8 Pfd. zerlegt				
in 4/8 = 1/2 (aus 2 fl. 22 2)	1	11	1	
„ 4/8 = 1/4	0	17	3	1/4
	fl. 557	14	—	1/4

Erklärung.

Sowohl die Quantität, als der Preis der Einheit ist hier mit einem Bruche versehen. Im Sinne unseres 11. Vorthells lassen

wir hier wieder die $\frac{5}{8}$ der Quantität für's Erste ganz bei Seite, und suchen bloß, was die ganzen 234 Pfd. a fl. 2 $\frac{3}{8}$ kosten.

$$234 \times 2 \text{ gibt } 468$$

Die $\frac{3}{8}$ zerlegen wir hiernächst

in $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ vom Ganzen und

„ $\frac{1}{8} = \frac{1}{2}$ des Vorigen. Diese entsprechenden Werthe ziehen wir heraus und ermitteln den ersten mit fl. 58 30, den 2ten mit fl. 29 15.

Nun kommt der Bruch der Quantität ($\frac{5}{8}$) an die Reihe, welchen wir uns in $\frac{4}{8}$ als $\frac{1}{2}$ vom Ganzen

und in $\frac{1}{8}$ „ $\frac{1}{4}$ des Vorigen zerlegen.

Erstere Hälfte haben wir aus dem gegebenen Preise eines Pfundes ($2 \frac{3}{8}$ fl.) zu nehmen; allein wir können dieß nicht, weil wir die Unterbenennungen eines Guldens in Kreuzern und Pfennigen aufzustellen haben. Dieserwegen müssen wir den Bruch, welcher für unsere Division unbrauchbar erscheint, in Kreuzern und Pfennigen ausgedrückt, umgestalten, folglich in 22 kr. und 2 dr. Hierauf fahren wir in der Division ungehindert fort, erheben 1 fl. 11 1 als Hälfte und 17 3 als Viertel, nehmen die Addition sämtlicher Werthe vor, und stellen als Beantwortung der Frage obige 557 fl. 14 kr. hin.

Beispiel.

Was betragen 783 $\frac{3}{8}$ Pfd. 1 Pf. à fl. 3 $\frac{5}{8}$?

		783×3	
		2349	
$\frac{5}{8}$ zerlegt in	$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$	391	30
	und $\frac{1}{8} = \frac{1}{4}$	97	52 2
$\frac{3}{8}$ Pfd. zerlegt in	$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ *)	0	54 1
	und „ $\frac{1}{8} = \frac{1}{2}$	0	27 0
		fl. 2839	44 0 + 1 dr.

*) Aus 3 $\frac{5}{8}$ fl., welche wir mit 3 fl. 37 kr. 2 d. darstellen müssen.

Zweites Beispiel.

Wie viel betragen 759 $\frac{5}{6}$ Liv. St. à 9 $\frac{7}{8}$ fl.?

$$\begin{array}{r}
 759 \quad 50 \times 9 \frac{7}{8} = 10 - \frac{1}{8} \\
 \hline
 7598 \quad 20 \\
 - \frac{1}{8} \quad 94 \quad 58 \quad 3 \\
 \hline
 \text{fl.} \quad 7503 \quad 21 \quad 1
 \end{array}$$

E r l ä u r u n g.

Auch hierwieder eignen sich augenfällig die $\frac{5}{6}$ L. St. besser zur Umgestaltung in Kreuzer, als die $\frac{7}{8}$ des gegebenen Gulden-Preises. Wir nehmen daher wieder die Verwechslung der Quantität und des Preises vor, indem wir die Livres Sterling zu Gulden machen und umgekehrt, multiplizieren dann, weil 9 $\frac{7}{8}$ zur Ergänzung auf 10 nur $\frac{1}{8}$ erfordern, mit der vollen 10, ziehen dann $\frac{1}{8}$ ab und haben unsere Aufgabe gelöst.

Ueberblick des Ganzen.

In dem Vorstehenden sind die Vortheile der wälschen Praktik durch 12 Regeln entwickelt. Auch ist die Art ihrer Benützung erklärt worden. Es bleibt nun die Aufgabe des Rechners selbst, das Erlernte mit Gewandtheit und schneller Auffassung auf ein gegebenes Beispiel anzuwenden und so praktisch zu üben. — Diese Kunst aber kann kein Buch lehren; sie hängt bloß von der Uebung und von den geistigen Gaben des Rechners ab.

Im Allgemeinen jedoch halte man sich beim Ausrechnen eines Beispiels nachstehende Grundsätze als Fragen vor:

1. Ist der Preis der Einheit nicht ein aliquoter Theil jener Benennung, welche gesucht wird, oder gibt nicht vielleicht die Zahl der gegebenen Quantität, durch Verwechslung, einen solchen aliquoten Theil?

2. Geht nicht etwa dem Preise der Einheit, zur Ergänzung der höheren Benennung, welche man sucht, nur ein aliquoter Theil ab? oder bietet vielleicht die Zahl der Quantität, durch Verwechslung, diesen Vortheil dar?

3. Ist nicht die Kreuzerzahl des gegebenen Preises durch 6 theilbar? oder ist es vielleicht die Zahl der gegebenen Quantität?

4. Ist, wenn sowohl Quantität als Preis vielnamig sind, die Zahl der gegebenen höchsten Quantität, deren Einheitspreis gegeben erscheint, **ein**ziffrig? oder läßt sie sich, wäre sie **mehr**ziffrig, in einziffrige Zahlen zerlegen, mit welchen man im Einzelnen den vielnamigen Preis auf einmal multiplizieren könnte? endlich

5. Ist nicht etwa, wenn sowohl Quantität als Preis einen Bruch bei sich haben, jener der Ersteren geeigneter, auf ganze Einheiten der Unterbenennung des Preises gebracht zu werden?

Zeigt sich auf diese Fragen, daß der bezügliche Vortheil auf den

Fall nicht anwendbar sei, so versuche man es mit einem der übrigen, oder arbeite in denselben gemischt. Immer aber wird man sich überzeugen, daß die wälsche Practik rücksichtlich der Schnelligkeit, ja selbst der Annehmlichkeit und Schönheit der Arbeit unbedingt den Vorzug vor den gewöhnlichen Rechnungsmethoden besitze.

Anwendung der wälschen Practik
auf die
Interessen-Rechnung.

Das 6 % tige Interesse irgend eines Kapitals, in einer bestimmten Zeit, betrug 84 fl. 36 fr. Es frägt sich nun, wie viel würde es zu $6\frac{3}{4}$, $5\frac{3}{4}$, $4\frac{3}{4}$, $3\frac{3}{4}$, $2\frac{3}{4}$, $1\frac{3}{4}$, $\frac{3}{4}$ % ausmachen?

à $6\frac{3}{4}$ % ?

6 % tiges Interesse fl.	84	36	—
+ $\frac{1}{8}$	10	34	2
fl.	95	10	2

Erklärung.

Zwischen 6 und $6\frac{3}{4}$ % ist ein Unterschied von $\frac{3}{4}$ %, und da 6 Ganze 24 Viertel geben, so sind $\frac{3}{4}$ ein runder, aliquoter Theil hievon, nämlich $\frac{1}{8}$. Dieses ziehen wir aus dem Betrage der 6 % heraus, addiren es und erhalten das Gesuchte. —

à $5\frac{3}{4}$ % ?

6 % tiges Interesse fl.	84	36	—
— $\frac{1}{24} = 4 \times 6$	21	9	—
	3	31	2
fl.	81	4	2 dr.

Erklärung.

Von $5 \frac{3}{4} \%$ auf ganze 6% geht $\frac{1}{4} \%$ ab, welches ein aliquoter Theil davon, nämlich $\frac{1}{24}$ ist. Dieses ziehen wir von dem ganzen Betrag des 6% tigen Interesse ab und zwar, zur Erleichterung, mittelst der beiden in 24 enthaltenen Factoren 4 und 6. Der Rest zeigt die gesuchten $5 \frac{3}{4} \%$.

		à $4 \frac{3}{4} \%$?	
6 % tiges Interesse		fl. 84	36
$4 \frac{3}{4} \%$ zerlegt in $3 = \frac{1}{2}$ vom Ganzen		42	18
" " $1 = \frac{1}{3}$ vom Vorigen		14	6
" " $\frac{3}{4} = \frac{1}{8}$ von 6		10	34 2
		fl. 66	58 2

Erklärung.

$4 \frac{3}{4} \%$ sind weder ein aliquoter Theil von 6% , noch bildet die Differenz einen solchen dar. Wir müssen uns demnach an die Zerfällung halten, wie folgt:

in $3 = \frac{1}{2}$ vom Ganzen
 " $1 = \frac{1}{3}$ des Vorigen
 " $\frac{3}{4} = \frac{1}{8}$ des Ganzen, oder in $\frac{1}{4}$ von 3% ,
 dann ziehen wir die betreffenden Werthe heraus und finden in ihrer Summe die Interessen zu $4 \frac{3}{4} \%$.

		à $3 \frac{3}{4} \%$?	
6 % tiges Interesse fl.		84	36
$3 \frac{3}{4}$ zerlegt in $3 = \frac{1}{2}$ von 6		42	18
" $\frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ " 3		10	34 2
		fl. 52	52 2

Erklärung.

Hier tritt ebenfalls die Zerfällung ein, deren Einzelheiten sich auf den ersten Blick darstellen.

à 2 $\frac{3}{4}$ % ?

6 % tiges Interesse fl.	84	36
2 $\frac{3}{4}$ zerlegt in 2 = $\frac{1}{3}$ von 6	28	12
" $\frac{3}{4}$ = $\frac{1}{8}$ " 6	10	34 2
fl.	38	46 2

à 1 $\frac{3}{4}$ % ?

6 % tiges Interesse fl.	84	36
1 $\frac{3}{4}$ zerlegt in 1 = $\frac{1}{6}$ von 6	14	6
" $\frac{3}{4}$ = $\frac{1}{8}$ " 6	10	34 2
fl.	24	40 2

à $\frac{3}{4}$ % ?

6 % tiges Interesse fl.	84	36
$\frac{3}{8}$ = $\frac{1}{8}$ fl.	10	34 2

$\frac{3}{4}$ ist unmittelbar ein aliquoter Theil von 6 %, nämlich, $\frac{1}{8}$. Der Quotient hiervon fl. 10 34 2 gibt also gleich das Gesuchte.

Anwendung auf fremde Geldsorten.

Obwohl die bisher erklärten Vortheile sich nur auf Beispiele in unserem landesüblichen Gelde beziehen, so wird doch Jeder, der sie gehörig verstanden hat, auch die geeignete Anwendung auf jede fremde Geld- und sonstige Größenbenennung, deren Unterabtheilungen ihm bekannt sind, ohne Schwierigkeit finden, weil der Vorgang mit bloßer Modification der Preis-Bestimmung derselbe bleibt. — Indessen

wollen wir doch einige dießfällige Beispiele als Richtschnur hier folgen lassen.

Wir nehmen an, daß mehrere Handelsplätze Factura über verschiedene Waaren erteilen und zwar:

1.

Hamburg,

über 139 $\frac{1}{2}$ Pfd. einer Waare, à 6 Sch. 4 den. B.-Mark 55 3 6.

	139 $\frac{1}{2}$	
6 Sch. zerlegt in 4 = $\frac{1}{4}$ einer Mark	34	12
" " 2 = $\frac{1}{2}$ vom Vorigen	17	6
4 den. " " $\frac{1}{6}$ " "	2	14 4
$\frac{1}{2}$ Pfd. aus 6 Sch. 4 den.	—	3 2
	Mark	55 3 6

Erklärung.

Hamburg führt Buch und Rechnung in Mark, Schilling und Deniers Banco, wovon 1 Mark = 16 Schilling, und 1 Schilling 12 Deniers. — Für Hamburg ist also die höchste zu suchende Geldbenennung: Banco-Mark. Da nun der mehrnamige Einheitspreis (6 Sch. 4 dr.) weder ein aliquoter Theil von 1 Mark ist, noch ihm zur Ergänzung ein solcher Theil abgeht, so können wir nichts Anderes thun, als ihn in aliquote Theile der höhern Benennung zu zerlegen. Sonach zerlegen wir die 6 Schillinge

in 4 Schill. als $\frac{1}{4}$ einer ganzen Mark

in 2 " " $\frac{1}{2}$ des Vorigen, und

die 4 dr. sind $\frac{1}{6}$ der vorhergehenden 2 Schillinge. Endlich haben wir noch den Werth für das halbe Pfund zu suchen, was 3 Sch. 2 dr. gibt, da 1 Pfund 6 Schill. 6 dr. kostet. Hierauf ziehen wir nach den allgemeinen Regeln die entsprechenden Werthe heraus, zählen diese zusammen und erhalten das Gesuchte.

L o n d o n,

über 145 Pfd. einer Waare, à 3 Sch. 8 den. L. St. 26 11 8.

		145	
3 Sch. zerlegt in	2 = $\frac{1}{10}$	14	10
	1 = $\frac{1}{2}$	7	5
8 den. " "	6 = $\frac{1}{2}$	3	12 6
	2 = $\frac{1}{3}$	1	4 2
	L. St.	26	11 8

E r l ä u r u n g.

London hält Buch und Rechnung in Livres, Schilling und Deniers Sterling.

1 Livre hat 20 Schilling,

1 Schill. „ 12 Deniers; wornach also Livres als höchste Benennung zu suchen sind. — Demgemäß zerlegen wir vorerst die 3 Schillinge

in 2 als $\frac{1}{10}$ von 1 L. St.

in 1 als $\frac{1}{2}$ des Vorigen, die 8 Deniers aber

„ 6 „ $\frac{1}{2}$ „ „

„ 2 „ $\frac{1}{3}$ „ „ ; ziehen dann die entsprechenden Werthe, wie üblich, heraus und bekommen durch ihre Summe das Gesuchte.

L e i p z i g,

über 274 Stück einer Waare, zu 3 Thaler 24 Neu-Groschen.

274	×	4	—	$\frac{1}{3}$
1096				
54	24			
Thl.	1041	6	Gr.	

E r k l ä r u n g.

Leipzig führt, seit 1840, Buch und Rechnung in Thalern zu 30 Neugroschen, diese zu 10 Pfennige gerechnet, im 14 Thaler-Fuß.

Von 3 Thaler 24 Gr. fehlen zur Ergänzung auf 4 Thaler nur 6 Groschen oder $\frac{1}{5}$ Thl. Somit multipliziren wir die gegebenen 274 Stück mit 4 und ziehen von dem herausgefundenen Producte (1096 Thl.) den Werth von $\frac{1}{5} = 54$ Thl. 24 Gr.; der Rest per 1041 Thl. 6 Gr. stellt das Gesuchte dar.

Uebungs-Beispiele,

deren Ausarbeitungsweise auf der Rückseite ersichtlich ist.

Da die practische Uebung allein die Meisterschaft verleiht, so wolle man die nachstehenden Beispiele so oftmal nach einander ausarbeiten, bis man die Fertigkeit erlangt hat, gleich beim Anblick eines derselben, den bestmöglichen Vortheil auf dessen Ausarbeitung anzuwenden.

Bei einer Inventur sind zu berechnen:

Waaren nach dem Ellenmaß:

1.	54	Ellen	a fl. 2	48	fr.	fl.	151	12
2.	15	"	"	—	19	"	4	45
3.	74 $\frac{3}{4}$	"	"	57/8	"	"	439	10
4.	27	"	"	—	18	"	8	6
5.	42	"	"	—	39	"	27	18
6.	59	"	"	—	47	"	39	10

Waaren nach dem Gewichte:

7.	95	Pfd.	1	Str.	a fl.	84	20	"	80	7
8.	125	"	1	"	"	104	18	"	130	23
9.	12 $\frac{1}{2}$	"	1	"	"	81	18	"	10	10
10.	4	"	1	"	"	62	48	"	2	31
11.	37	"	1	"	"	56	39	"	20	58

Münzen:

12.	72	Souv. d'or à fl.	13	42	"	986	24
13.	250	fl. "	4	35	"	1145	50
14.	216	Kronthl. "	2	13 1/2	"	480	36

Obligationen:

15.	fl. 3000	à	109 $\frac{19}{32}$ %	"	3287	49
16.	" 1500	"	77 $\frac{3}{16}$ "	"	1157	49

Silbergeräthschaften, wiegend:

17.	24	Loth	a fl.	1	28	"	35	12
18.	25	"	"	1	27	"	36	15
19.	26	11/16 "	"	1	26	"	38	15
20.	27	14/16 "	"	1	25 1/2	"	39	43

Gesamt-Werth fl. 8121 43fr.

Darstellung der Ausrechnung.

Zu 1.

54 G. fl. 2 48

 $54 \times 3 - 1/3$

162

10 48

fl. 151 12

oder:

 $54 \times 2 \quad 48 \quad 48 \text{ fr. als}$

108

theilb. d. 6

43 12

8 der Quotient.

fl. 151 12

Zu 2.

15 G. a 19 fr.

 $1/4 \text{ fl. } 4 \quad 45 \text{ fr.}$

Zu 3.

 $74 \frac{3}{4} \text{ G. a fl. } 5 \frac{7}{8}$ $74 \quad 45 \times 6 - 1/8$

448 30

9 20 2 4/8

fl. 439 9 1 4/8

Zu 4.

27 G. a 18 fr.

27 3

fl. 8 6 fr.

Zu 5.

42 G. zu 39 fr.

7 fl. 27 18 fr.

Zu 6.

50 G. zu 47 fr.

 $- 1/6 \quad 7 \quad 50$

39 10

Zu 7.

95 Pfd. 1 Gtr. a fl. 84 20

 $- 1/20 \quad 4 \quad 13$

fl. 80 7

Zu 8.

125 Pfd., 1 Gtr. a fl. 104 18 fr.

 $+ 1/4 \quad 26 \quad 4 \quad 2$

fl. 130 22 2

Zu 9.

12 1/2 Pfd. 1 Gtr. a fl. 81 18

 $1/8 \text{ fl. } 10 \quad 9 \quad 3$

Zu 10.

4 Pfd. 1 Gtr. a fl. 62 48

 $1/25 \text{ fl. } 2 \quad 30 \quad 2 \quad 22/25$

oder:

die 25 zerlegt fl. 62 48

in 5 und 5

 $12 \quad 33 \quad 2 \quad 2/5$

2 30 2 22/25

Zu 11.

37 Pf. 1 Ct. à fl. 56 39

$$25 = \frac{1}{4} \quad 14 \quad 9 \quad 3$$

$$10 = \frac{1}{10} \quad 5 \quad 39 \quad 3$$

$$2 = \frac{1}{5} \quad 1 \quad 7 \quad 3$$

$$\text{fl. } 20 \quad 57 \quad 2 + 1$$

Zu 12.

72 Souv. d'or à fl. 13 42

$$\frac{72 \times 13}{7}$$

936

50 24

fl. 986 24

Zu 13.

250 H à fl. 4 35

1000

125

30 = 1/2 fr.

20

50

5 = 1/6 "

fl. 1145 50 fr.

Zu 14.

216 Kronthalen à fl. 2 13 1/2.

$$216 \times 2$$

432

43 12

12 fr. = 1/3

5 24

1 1/2 = 1/3 vom Verigen.

fl. 480 36

Zu 15.

fl. 3000 — à 109 19/32%

$$109 \frac{19}{32} \times 30$$

3270

$$\left\{ \begin{array}{l} 16 = 1/2 \text{ (aus 30)} \\ 2 = 1/8 \text{ vom Verigen} \\ 1 = 1/2 \text{ " "} \end{array} \right.$$

15 —

1 52 2

0 56 1

fl. 3287 48 3

Zu 16.

fl. 1500 — à 77 $\frac{3}{16}$ %.

$$\begin{array}{r}
 77 \frac{3}{16} \times 15 \\
 \hline
 1155 \\
 3/16 = \left\{ \begin{array}{l} 2/16 = 1/8 \text{ aus } 15 \quad 1 \quad 52 \quad 2 \\ 1/16 = 1/2 \quad \text{,,} \quad \text{Vorigem} \quad 0 \quad 56 \quad 1 \end{array} \right. \\
 \hline
 \text{fl. } 1157 \quad 48 \quad 3
 \end{array}$$

Zu 17.

24 Loth à fl. 1 28

$$24 \times 1 = \text{fl. } 24$$

24 ist theilbar durch 6.

Der Quotient 4×28

$$\begin{array}{r}
 11 \quad 12 \\
 \hline
 \text{fl. } 35 \quad 12
 \end{array}$$

Zu 18.

25 Loth à fl. 1 27 fr.

$$\text{fl. } 25 \times 1$$

$$10 \text{ —}$$

$$1 \quad 15$$

$$\text{fl. } 36 \quad 15$$

Die 27 fr. zerlegt

in 24, als theilbar durch 6, und

„ 3 „ $\frac{1}{8}$ von 24

Zu 19.

26 $\frac{11}{16}$ Loth à fl. 1 26 fr.

$$26 \times 1$$

$$\text{fl. } 26 \text{ —}$$

$$26 \text{ fr.} = \left\{ \begin{array}{l} 20 = 1/3 \\ 6 = 1/10 \end{array} \right.$$

$$8 \quad 40$$

$$2 \quad 36$$

 $\frac{11}{16}$ zerlegtin $8 = 1/2$ (aus fl. 1 26)

$$0 \quad 43$$

$$2 = 1/4 \quad \text{,,}$$

$$43$$

$$\text{—} \quad 10 \quad 3$$

$$1 = 1/2 \quad \text{,,}$$

$$19 \quad 3$$

$$\text{—} \quad 5 \quad 1 \quad 1/2$$

$$\text{fl. } 38 \quad 15 \quad 0 \quad 1/2$$

Su 20.

$$27 \frac{14}{16} \text{ Roth a } \bar{\text{fl.}} \quad 1 \quad 25 \frac{1}{2}$$

$$27 \times 1 = \bar{\text{fl.}} \quad 27$$

$$25 \frac{1}{2} \text{ fr.} = \begin{cases} 20 = \frac{1}{3} & 9 \quad - \\ 5 = \frac{1}{4} & 2 \quad 15 \\ \frac{1}{2} = \frac{1}{10} & - \quad 13 \quad 2 \end{cases}$$

$$14/16 \text{ Roth.} = \begin{cases} 8 = \frac{1}{2} \text{ aus } \bar{\text{fl.}} \quad 1 \quad 25 \frac{1}{2} & - \quad 42 \quad 3 \\ 4 = \frac{1}{2} \quad " \quad " \quad 42 \quad 3 & - \quad 21 \quad 1 \frac{1}{2} \\ 2 = \frac{1}{2} \quad " \quad " \quad 21 \quad 1 \frac{1}{2} & - \quad 10 \quad 2 \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\bar{\text{fl.}} \quad 39 \quad 43 \quad 1 \frac{1}{4}$$



1875

1876

1877

1878

1879

1880

1881

1882

